

# 2026 年度 国立 10 大学入試問題 (旧帝一科神) 数学

MathAbyss

2026 年 3 月 14 日

※注意 この PDF ファイルは, 2026 年度の国公立大学 2 次試験で実施された数学の試験問題のうち, 東京大学, 京都大学, 東北大学 (前期・後期), 大阪大学, 名古屋大学, 北海道大学 (前期・後期), 九州大学 (前期・後期), 一橋大学 (前期・後期), 東京科学大学, 神戸大学 (前期・後期) の問題を収録したものです.

## 目次

1	東京大学	2
2	京都大学	12
3	東北大学	23
4	大阪大学	43
5	名古屋大学	51
6	北海道大学	58
7	九州大学	71
8	一橋大学	81
9	東京科学大学	91
10	神戸大学	102

## 1 東京大学

### 1.1 文系

前期 数学 (文科) 配点 80 点 試験時間 100 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-15 時 40 分実施

- 1 正の実数  $k$  および  $\alpha < \beta$  となる実数  $\alpha, \beta$  が次の条件を満たすように動く.

条件: 座標平面上の放物線  $C : y = k(x - \alpha)(\beta - x)$  の頂点は  $(-3, 1)$  であり,  $C$  は  $y$  軸と  $-2 \leq y \leq 0$  の範囲で交わる.

このとき,  $C$  と  $x$  軸で囲まれる図形の面積  $S$  のとりうる値の範囲を求めよ.

2 (文理共通)

$n$  を正の整数とする. 座標平面上の  $3n$  個の点がなす集合

$$\{(x, y) \mid x, y \text{ は } 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n \text{ を満たす整数}\}$$

から相異なる 3 点を選ぶ. ただし, どの 3 点も当確率で選ばれるものとする. 選んだ 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を  $p_n$  とする.

(1)  $p_5$  を求めよ.

(2)  $m$  を 2 以上の整数とする.  $p_{2m}$  を求めよ.

3  $0 < a < 1$  とし, 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \frac{a}{8}(x-1)^2 + \frac{2}{a} - 3$$

と定める.

また, 関数  $g(x)$  を次のように定める. 整数  $n$  に対し,

$$2n \leq x < 2n+1 \text{ のとき} \quad g(x) = x - 2n$$

$$2n+1 \leq x < 2n+2 \text{ のとき} \quad g(x) = -x + 2n+2$$

とする.

(1)  $x \geq 4$  において  $f(x) > g(x)$  を示せ.

(2)  $\frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}$  とする. 座標平面上の  $y = f(x)$  のグラフと  $y = g(x)$  のグラフの  $x \geq 0$  の範囲における共有点の個数を求めよ.

4 (文理共通)

$k$  を実数とし、座標平面上の曲線  $C$  を  $y = x^3 - kx$  で定める。  $C$  上の 2 点  $P, Q$  に対する以下の条件 (\*) を考える。

(\*) 原点  $O$ 、点  $P$ 、点  $Q$  は相異なり、  $C$  の  $O, P, Q$  における接線のうち、どの 2 本も交わり、そのなす角はすべて  $\frac{\pi}{3}$  となる。

ただし、2 直線のなす角は  $0$  以上  $\frac{\pi}{2}$  以下の範囲で考えるものとする。

- (1) 条件 (\*) を満たす  $P, Q$  が存在するような  $k$  の範囲を求めよ。
- (2)  $k$  が (1) で定まる範囲にあるとする。  $P, Q$  が条件 (\*) を満たすように動くとき、  $C$  の  $O, P, Q$  における接線によって囲まれる三角形の面積  $S$  の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とおく。ただし、3 本の接線が 1 点で交わる時は  $S = 0$  とする。  $M = 4m$  となる  $k$  の値を求めよ。

## 1.2 理系

前期 数学 (理科) 配点 120 点 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 30 分実施

- 1 (1) 関数  $f(\theta) = \sin \theta - \theta + \frac{\theta^3}{6}$  の区間  $-1 \leq \theta \leq 1$  における最大値  $M$  および最小値  $m$  を求めよ.  
(2) (1) で定めた  $M$  に対し, 次の不等式を示せ.

$$\frac{7}{8}\pi \leq \int_0^{2\pi} \sin(\cos x - x) dx \leq \frac{7}{8}\pi + 4M$$

2 (文理共通)

$n$  を正の整数とする. 座標平面上の  $3n$  個の点がなす集合

$$\{(x, y) \mid x, y \text{ は } 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n \text{ を満たす整数}\}$$

から相異なる 3 点を選ぶ. ただし, どの 3 点も当確率で選ばれるものとする. 選んだ 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を  $p_n$  とする.

- (1)  $p_5$  を求めよ.
- (2)  $m$  を 2 以上の整数とする.  $p_{2m}$  を求めよ.

- 3 座標空間内の原点を中心とする半径 5 の球面を  $S$  とする.  $S$  上の相異なる 3 点  $P, Q, R$  が次の条件を満たすように動く.

条件:  $P, Q$  は  $xy$  平面上にあり, 三角形  $PQR$  の重心は  $G(2, 0, 1)$  である.

以下の問いに答えよ.

- (1) 線分  $PQ$  の中点  $M$  の軌跡を  $xy$  平面上に図示せよ.
- (2) 線分  $PQ$  が通過する範囲を  $xy$  平面上に図示せよ.

4 (文理共通)

$k$  を実数とし、座標平面上の曲線  $C$  を  $y = x^3 - kx$  で定める。  $C$  上の 2 点  $P, Q$  に対する以下の条件 (\*) を考える。

(\*) 原点  $O$ 、点  $P$ 、点  $Q$  は相異なり、 $C$  の  $O, P, Q$  における接線のうち、どの 2 本も交わり、そのなす角はすべて  $\frac{\pi}{3}$  となる。

ただし、2 直線のなす角は  $0$  以上  $\frac{\pi}{2}$  以下の範囲で考えるものとする。

- (1) 条件 (\*) を満たす  $P, Q$  が存在するような  $k$  の範囲を求めよ。
- (2)  $k$  が (1) で定まる範囲にあるとする。  $P, Q$  が条件 (\*) を満たすように動くとき、 $C$  の  $O, P, Q$  における接線によって囲まれる三角形の面積  $S$  の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とおく。ただし、3 本の接線が 1 点で交わる時は  $S = 0$  とする。  $M = 4m$  となる  $k$  の値を求めよ。

- 5 複素数平面上の原点を中心とする半径1の円を  $C$  とする. 複素数  $\alpha$  と  $C$  上の点  $P(z)$  に対し,  $w = (z - \alpha)^3$  とおく.  $P$  が  $C$  上を動くときの点  $Q(w)$  の軌跡を  $D$  とする.
- (1)  $\alpha = -3$  とし,  $w$  の偏角を  $\theta$  とおく.  $P$  が  $C$  上を動くとき,  $\sin \theta$  がとりうる値の範囲を求めよ.
- (2)  $\alpha$  が次の条件を満たすように動く.  
条件:  $D$  は実軸の正の部分および負の部分の両方と共有点を持つ.  
複素数平面上の点  $R(\alpha)$  が動きうる範囲の面積を求めよ.

- 6  $n$  を正の整数とする.  $n$  の正の約数のうち, 3 で割って 1 余るものの個数を  $f(n)$ , 3 で割って 2 余るものの個数を  $g(n)$  とする.
- (1)  $f(2800), g(2800)$  を求めよ.
  - (2)  $f(n) \geq g(n)$  を示せ.
  - (3)  $g(n) = 15$  であるとき,  $f(n)$  がとりうる値を求めよ.

## 2 京都大学

### 2.1 文系

前期 数学 (文系) 配点 150 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 13 時 30 分-15 時 30 分実施

- 1  $t$  は  $0 < t < 1$  を満たす実数とする. 座標平面において, 円  $C: x^2 + y^2 = 1$  上で,  $y$  座標が  $t$  であり, さらに第 1 象限にある点  $P$  をとる. 点  $P$  における  $C$  の接線を  $l$  とし, 放物線  $y = 2 - x^2$  と接線で囲まれる図形の面積を  $S$  とする.  $t$  が  $0 < t < 1$  の範囲を動くとき,  $S$  の最小値を求めよ.

2 (文理共通)

$r$  は正の実数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体  $OABC$  において, 辺  $OA$  上に点  $P$  をとる. 点  $P$  が辺  $OA$  上のどこにあっても, 点  $P$  を中心とする半径  $r$  の球面が, 辺  $BC$  と共有点をもたないような  $r$  の範囲を求めよ. ただし, 点  $O, A$  は辺  $OA$  に含まれ, 点  $B, C$  は辺  $BC$  に含まれるとする.

3  $p$  は 3 より大きい素数とする.

(1)  $2p$  以上の整数  $N$  は,  $0$  以上の整数  $m$  と  $0$  以上の整数  $k$  を用いて

$$N = 3m + pk$$

と表すことができることを示せ.

(2)  $0$  以上の整数  $m$  と  $0$  以上の整数  $k$  を用いて

$$N = 3m + pk$$

と表すことができないような  $0$  以上の整数  $N$  の個数を求めよ.

4 実数  $x$  に対して,  $l \leq x$  を満たす最大の整数  $l$  を  $[x]$  で表す. 正の整数  $n$  に対して,

$$a_n = \sum_{k=1}^n [\log_3 k] \text{ と定める.}$$

- (1)  $a_{26}$  を求めよ.
- (2)  $N$  を正の整数とし,  $m = 3^N - 1$  とするとき,  $a_m$  を  $N$  を用いて表せ.

5 (文理共通)

$n$  は 3 以上の整数とする. 1 から  $n$  までの番号が書かれた  $n$  枚の札が袋に入っている. ただし, 同じ番号が書かれた札はないとする. この袋から 3 枚の札を同時に取り出し, 一番大きな番号を  $X$  とする.  $X$  の期待値を求めよ.

## 2.2 理系

前期 数学 (理系) 配点 200 点 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 13 時 30 分-16 時 00 分実施

- 1  $a$  は 1 より大きい実数とし,  $k$  は実数とする.  $0 < x < 1$  において定義された関数を

$$f(x) = \frac{1}{x^2 \left(\log \frac{a}{x}\right)^2}$$

とおく.  $y = f(x)$  と  $y = k$  のグラフの共有点がちょうど 2 個存在するような実数の組  $(a, k)$  の集合を, 座標平面上に図示せよ. ただし,  $\log x$  は自然対数とする. また,  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$  が成り立つことを証明なしに用いてよい.

2 (文理共通)

$r$  は正の実数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体  $OABC$  において, 辺  $OA$  上に点  $P$  をとる. 点  $P$  が辺  $OA$  上のどこにあっても, 点  $P$  を中心とする半径  $r$  の球面が, 辺  $BC$  と共有点をもたないような  $r$  の範囲を求めよ. ただし, 点  $O, A$  は辺  $OA$  に含まれ, 点  $B, C$  は辺  $BC$  に含まれるとする.

3  $n$  は正の整数とする. 整数係数の多項式

$$(x+1)^{2^{n+1}} - (x^2+1)^{2^n}$$

のすべての係数が  $2^m$  で割り切れるような正の整数  $m$  のうち, 最大のものは  $n+1$  であることを示せ.

- 4 平面において、次の条件(\*)を満たす正三角形の1辺の長さの最小値を求めよ。  
(\*)1辺の長さが1の正方形であって、4つの頂点がすべてその正三角形の内部または辺上にあるようなものが存在する。

- 5  $a$  は  $0 < a < \pi$  を満たす実数とする. 2つの関数  $y = \sin(x + a)$  と  $y = \sin(x - a)$  のグラフの,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  の部分が囲む領域を  $D_a$  とする.  $x$  軸のまわりに  $D_a$  を 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

6 (文理共通)

$n$  は 3 以上の整数とする. 1 から  $n$  までの番号が書かれた  $n$  枚の札が袋に入っている. ただし, 同じ番号が書かれた札はないとする. この袋から 3 枚の札を同時に取り出し, 一番大きな番号を  $X$  とする.  $X$  の期待値を求めよ.

### 3 東北大学

#### 3.1 文系

前期 数学 (文系等) 試験時間 100 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-11 時 40 分実施

1 (文理共通)

座標平面上の放物線  $y = x^2$  を  $C$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 正の実数  $u$  に対し, 放物線  $C$  の接線で点  $(u, u-1)$  を通るものがちょうど 2 本あることを示せ.
- (2) 正の実数  $u$  に対し, 放物線  $C$  の相異なる 2 本の接線で点  $(u, u-1)$  を通るものを  $l_1, l_2$  とする. 放物線  $C$  と直線  $l_1$  の接点を  $P_1$  とし, 放物線  $C$  と直線  $l_2$  の接点を  $P_2$  とする. このとき, 線分  $P_1P_2$  の垂直二等分線  $m$  は  $y$  軸と交わることを示せ. また,  $u$  が正の実数全体を動くとき, 直線  $m$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標  $q(u)$  の最小値と, それを与える  $u$  の値を求めよ.

2 (文理共通)

以下の問いに答えよ.

- (1)  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  を 1 つ求めよ. なお, 解答は答えのみでよい.
- (2)  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  は無数に存在することを示せ.
- (3) 正の整数の組  $(a, b, c)$  は  $a^2 + 2b^2 = c^2$  をみたすとする. このとき,  $a + c$  および  $b$  は偶数であることを示せ. さらに, もし  $a$  と  $c$  が偶数ならば  $b$  は 4 の倍数であることを示せ.

- 3 平面上の三角形 OAB において  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$  とおき, 次が成り立つとする.

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{5}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

ただし,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  は  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の内積を表す.  $s, t$  は  $0 < s < 1, 0 < t < 1$  を満たす実数とし, 辺 OA を  $s : (1-s)$  に内分する点を D, 辺 OB を  $t : (1-t)$  に内分する点を E とする. また, 線分 AE と線分 BD の交点を F とし, これら 2 つの線分は点 F において直交しているとする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $t$  を  $s$  を用いて表せ. また,  $s$  のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2)  $\vec{OF}$  を  $\vec{a}, \vec{b}$  および  $s$  を用いて表せ.
- (3) 平面上の点 P で

$$|\vec{OP}|^2 + 2\vec{FP} \cdot \vec{AB} = 4$$

を満たすもの全体が半径 3 の円をなすための必要十分条件を  $\vec{OF}, \vec{a}, \vec{b}$  を用いて表せ. また, この必要十分条件が成り立つとき,  $s$  の値を求めよ.

- 4 関数  $f(x) = x^4 - x^2$  を考える. 座標平面において,  $x$  軸と平行な直線  $l$  は曲線  $y = f(x)$  上の異なる 2 点における接線であるとする. 以下の問いに答えよ.
- (1) 関数  $f(x)$  の極値を求め,  $y = f(x)$  のグラフをかけ.
  - (2) 直線  $l$  の方程式を求めよ. なお, 解答は答えのみでよい.
  - (3) 直線  $l$  と異なる直線  $m$  は曲線  $y = f(x)$  とちょうど 2 つの共有点を持ち, かつ  $x$  軸と平行であるとする. 直線  $l$  と曲線  $y = f(x)$  で囲まれる部分の面積を  $S$  とし, 直線  $m$  と曲線  $y = f(x)$  で囲まれる部分の面積を  $T$  とするとき,  $\frac{T}{S} > \sqrt{2}$  が成り立つことを示せ.

### 3.2 理系

前期 数学 (理系) 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-12 時 30 分実施

1 (文理共通)

座標平面上の放物線  $y = x^2$  を  $C$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 正の実数  $u$  に対し, 放物線  $C$  の接線で点  $(u, u-1)$  を通るものがちょうど 2 本あることを示せ.
- (2) 正の実数  $u$  に対し, 放物線  $C$  の相異なる 2 本の接線で点  $(u, u-1)$  を通るものを  $l_1, l_2$  とする. 放物線  $C$  と直線  $l_1$  の接点を  $P_1$  とし, 放物線  $C$  と直線  $l_2$  の接点を  $P_2$  とする. このとき, 線分  $P_1P_2$  の垂直二等分線  $m$  は  $y$  軸と交わることを示せ. また,  $u$  が正の実数全体を動くとき, 直線  $m$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標  $q(u)$  の最小値と, それを与える  $u$  の値を求めよ.

2 (文理共通)

以下の問いに答えよ.

- (1)  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  を 1 つ求めよ. なお, 解答は答えのみでよい.
- (2)  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  は無数に存在することを示せ.
- (3) 正の整数の組  $(a, b, c)$  は  $a^2 + 2b^2 = c^2$  をみたすとする. このとき,  $a + c$  および  $b$  は偶数であることを示せ. さらに, もし  $a$  と  $c$  が偶数ならば  $b$  は 4 の倍数であることを示せ.

3  $a, b, c, d$  は実数とし, 実数全体を定義域とする関数

$$f(x) = \begin{cases} 8x^3 - 6x^2 + 2 & (|x| \leq 1 \text{ のとき}) \\ 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d & (|x| > 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

はすべての  $x$  の値で微分可能であるとする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a, b, c, d$  の値を求めよ.
- (2) 関数  $f(x)$  の最小値と, それを与える  $x$  の値を求めよ.

- 4 座標平面において、 $x$  座標も  $y$  座標も整数である点全体の集合上を移動する点  $P$  がある。時刻 0 に点  $P$  は原点  $O$  にある。0 以上の整数  $t$  に対し、時刻  $t$  に点  $P$  が点  $(m, n)$  にあるとき、時刻  $t+1$  での点  $P$  の位置は 4 点

$$(m+1, n), (m-1, n), (m, n+1), (m, n-1)$$

のいずれかであり、また、どの位置にある確率も  $\frac{1}{4}$  である。以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻 8 に点  $P$  が点  $(4, 0)$  にある確率を求めよ。
- (2) 時刻 8 に点  $P$  が双曲線  $x^2 - y^2 = 16$  上にある確率を求めよ。
- (3) 時刻 8 に点  $P$  が双曲線  $x^2 - y^2 = 16$  上にあるとき、時刻 1, 時刻 2,  $\dots$ , 時刻 7 のいずれかに点  $P$  が点  $(4, 2)$  にある条件付き確率を求めよ。

5 座標平面上の曲線  $C$  は, 媒介変数  $t$  を用いて

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

と表されている. 曲線  $C$  の  $y$  軸に平行な接線を  $\ell$  とし, 曲線  $C$ , 直線  $\ell$  および  $x$  軸で囲まれる図形を  $D$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 直線  $\ell$  の方程式を求めよ.
- (2) 正の実数  $\alpha, \beta$  に対し, 次の2つの不定積分を求めよ.

$$I = \int e^{\alpha t} \cos \beta t dt, \quad J = \int e^{\alpha t} \sin \beta t dt$$

- (3)  $D$  を  $x$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積  $V$  の値を求めよ.

- 6  $A, B, C, D, O, P, Q$  は空間内の 7 点である. そのうち 6 点  $A, B, C, D, O, P$  は相異なり, 5 点  $A, B, C, D, P$  はある球面  $S$  上にある. また, 点  $Q$  は直線  $CD$  上にある. さらに, ある実数  $a, b$  に対し, 次が成り立つとする.

$$\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA}, \quad \overrightarrow{OQ} = b\overrightarrow{OB}, \quad a|\overrightarrow{OA}|^2 = b|\overrightarrow{OB}|^2$$

以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $Q$  は 3 点  $A, B, P$  が定める平面  $\alpha$  上にあることを示せ.
- (2) 点  $Q$  は点  $C$  または点  $D$  に等しいことを示せ.

### 3.3 後期(文系)

後期 数学(文系) 試験時間 100 分 令和 8 年 3 月 12 日 10 時 00 分-11 時 40 分実施

1 (文理共通)

座標空間において、原点  $O$  を中心とする半径 1 の球面を  $S$  とし、 $S$  上に 3 点  $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$  をとる。球面  $S$  上の点  $P$  に対し、内積の和

$$w = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AP}$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 球面  $S$  上の点  $P$  で  $w = 1$  を満たすもの全体は、ある平面上の円になる。この円の中心の座標と半径を求めよ。
- (2) 点  $D(1, 2, 3)$  をとる。点  $P$  が (1) で求めた円の周上を動くとき、 $|\overrightarrow{PD}|^2$  の最大値と最小値、およびそれらを与える点  $P$  の座標を求めよ。

2 (文理共通)

以下の問いに答えよ.

- (1)  $(1.001)^{1000} > 2$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $(1.001)^{1002}$  を小数で表したとき, 小数第 3000 位の数字を求めよ.

3 4つの実数  $a, b, c, d$  からなる組  $(a, b, c, d)$  で, 次の条件 (i), (ii), (iii) を同時に満たすものをすべて求めよ.

(i)  $x$  についての4次方程式  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  は  $1$  と  $-1$  を解にもち, かつこれら以外の実数を解にもたない.

(ii)  $a^2 + b^2 - c^2 = 2d + 2$

(iii)  $a^2 = 3(bc + cd + bd)$

4 関数  $f(x)$  と  $g(x)$  を次のように定める.

$$f(x) = 6x^3 - 15x^2 + 8x - 15, \quad g(x) = -16x^2$$

座標平面上の曲線  $y = f(x)$  を  $C$  とし, 放物線  $y = g(x)$  を  $C'$  とする. 点  $(0, f(0))$  における曲線  $C$  の接線を  $\ell$  とし,  $\ell$  の方程式を  $y = ax + b$  とする ( $a, b$  は実数). 直線  $\ell$  と曲線  $C$  の共有点のうち, 点  $(0, f(0))$  と異なるものを  $P(p, f(p))$  とする. また, 直線  $\ell$  と放物線  $C'$  の共有点のうち,  $x$  座標が正のものを  $Q(q, g(q))$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a, b, p, q$  の値を求めよ.
- (2) 曲線  $C$  と曲線  $C'$  の共有点は点  $(1, -16)$  のみであることを示せ.
- (3) 次の連立不等式の表す領域の面積  $S$  を求めよ.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq ax + b \\ y \geq f(x) \\ y \leq g(x) \end{cases}$$

### 3.4 後期 (理系)

後期 数学 (理系) 試験時間 150 分 令和 8 年 3 月 12 日 10 時 00 分-12 時 30 分実施

1 (文理一部共通)

座標空間において、原点  $O$  を中心とする半径 1 の球面を  $S$  とし、 $S$  上に 3 点  $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$  をとる。球面  $S$  上の点  $P$  に対し、内積の和

$$w = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AP}$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  が球面  $S$  上を動くとき、 $w$  の最大値と最小値、およびそれらを与える点  $P$  の座標を求めよ。
- (2) 球面  $S$  上の点  $P$  で  $w = 1$  を満たすもの全体は、ある平面上の円になる。この円の中心の座標と半径を求めよ。
- (3) 点  $D(1, 2, 3)$  をとる。点  $P$  が (2) で求めた円の周上を動くとき、 $|\overrightarrow{PD}|^2$  の最大値と最小値、およびそれらを与える点  $P$  の座標を求めよ。

2 (文理共通)

以下の問いに答えよ.

- (1)  $(1.001)^{1000} > 2$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $(1.001)^{1002}$  を小数で表したとき, 小数第 3000 位の数字を求めよ.

- 3  $0 \leq a < 2\pi, 0 \leq b < 2\pi$  を満たす実数の組  $(a, b)$  で,  $x \rightarrow 0$  のとき

$$\frac{\sin(a+x) + \cos(b+x)}{x}$$

が正の整数に収束するものをすべて求めよ.

4 以下の問いに答えよ.

- (1)  $r$  は有理数とする.  $r^2$  が整数ならば  $r$  も整数であることを示せ.
- (2) 次の条件 (i), (ii) をともに満たす整数  $n$  をすべて求めよ.
  - (i)  $m$  が 2 以上の整数ならば,  $n$  は  $m^2$  で割り切れない.
  - (ii) ある有理数の組  $(x, y)$  に対し, 次の 2 つの等式 (\*) が成り立つ.

$$(*) \quad \begin{cases} y^2 = x^3 + nx \\ x^4 - 2nx^2 + n^2 = 0 \end{cases}$$

また, そのような  $n$  に対し, 有理数の組  $(x, y)$  で (\*) を満たすものをすべて求めよ.

- 5 数直線上を動く 3 点 A, B, C がある. 1 から 6 までの整数の目がそれぞれ  $\frac{1}{6}$  の確率で出る大小 2 個のさいころを同時に 1 回投げる試行に対して, 3 点 A, B, C は次の規則に従うとする.

大小 2 個のさいころの出た目をそれぞれ  $X, Y$  とする.

- 点 A は,  $X$  が 2, 4, 6 のとき正の向きに 1 だけ進む, 1, 3, 5 のとき負の向きに 1 だけ進む.
- 点 B は,  $X$  が 3, 6 のとき正の向きに 1 だけ進む, 1, 2, 4, 5 のとき負の向きに 1 だけ進む.
- 点 C は,  $Y$  が 1, 3, 5 のとき正の向きに 1 だけ進む, 2, 4, 6 のとき負の向きに 1 だけ進む.

初めに 3 点 A, B, C は原点にある. 正の整数  $n$  に対し, この試行を  $n$  回繰り返したときの 3 点 A, B, C の座標をそれぞれ  $a_n, b_n, c_n$  とする. たとえば, 1 回目の試行で  $X = 2, Y = 3$  だとすると,  $a_1 = 1, b_1 = -1, c_1 = 1$  となる. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a_2 = b_2$  となる確率と  $a_2 = b_2 = c_2$  となる確率を求めよ.
- (2) 正の整数  $n$  に対し,  $a_n = n - 2$  となる確率と  $c_n = n - 2$  となる確率を  $n$  を用いて表せ.
- (3) 正の整数  $n$  に対し,  $a_n = b_n = n - 2$  となる確率を  $p$ ,  $a_n = c_n = n - 2$  となる確率を  $q$  とするとき,  $\frac{p}{q}$  の値を  $n$  を用いて表せ.

6  $0 \leq a \leq 1$  を満たす実数  $a$  に対し,  $C_a$  を次で与えられる座標平面上の楕円または線分とする.

- $C_0$  は 2 点  $(0, -1), (0, 1)$  を結ぶ線分である.
- $0 < a < 1$  のとき,  $C_a$  は楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(1-a)^2} = 1$  である.
- $C_1$  は 2 点  $(-1, 0), (1, 0)$  を結ぶ線分である.

実数  $a$  が  $0 \leq a \leq 1$  を満たしながら動くとき, 座標平面上で  $C_a$  が通過する領域を  $D$  とする.

以下の問いに答えよ.

- (1)  $-1 \leq x \leq 1$  を満たす実数  $x$  に対し, 点  $(x, y)$  が  $D$  に含まれるような実数  $y$  の値の範囲を  $x$  を用いて表せ.
- (2)  $D$  の面積を求めよ.
- (3)  $D$  を  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.

## 4 大阪大学

### 4.1 文系

前期 数学 (文系) 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 10 時 00 分-11 時 30 分実施

1 正の実数の列  $\{a_n\}$  が次の条件によって定められている.

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = \frac{3^n a_{n+1}^2}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $b_n = \log_2 a_{n+1} - \log_2 a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) と定めるとき, 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ.
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.

2 (文理共通)

空間内に4点  $O, A, B, C$  があり,  $OA = OB = OC = 1$  である. また,  $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 60^\circ$  である.  $t$  を正の実数とし, 点  $D, E$  は  $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = (2t+1)\overrightarrow{OC}$  をみたす点とする. 点  $P$  は  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = -1, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 1$  をみたしていて, さらに4点  $A, D, E, P$  は同一平面上にある.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく.

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, t$  を用いて表せ.

(2) 実数  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき,  $|\overrightarrow{AP}|$  を最小にする  $t$  の値と,  $|\overrightarrow{AP}|$  の最小値を求めよ.

- 3  $a$  を正の実数とする. 関数  $f(x) = 4ax^3 + \frac{1-a}{a} - 6 \int_{x-1}^x (t^2 + t) dt$  の  $0 \leq x \leq 1$  における最小値が正となるような  $a$  の値の範囲を求めよ.

## 4.2 理系

前期 数学 (理系) 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 00 分-11 時 30 分実施

- 1 座標平面において,  $y = x - x^3$  で表される曲線を  $C$  とする. 実数  $s$  に対して,  $C$  上の点  $(s, s - s^3)$  における  $C$  の接線を  $l_s$  で表す.  $t$  を  $0 < t < 1$  をみたす実数とするとき,  $l_0$  と  $l_1$  の交点を  $P$ ,  $l_0$  と  $l_t$  の交点を  $Q$ ,  $l_1$  と  $l_t$  の交点を  $R$  とし, 三角形  $PQR$  の面積を  $S(t)$  とする.
- (1)  $S(t)$  を  $t$  の式で表せ.
  - (2) 実数  $t$  が  $0 < t < 1$  の範囲を動くとき,  $S(t)$  を最大にする  $t$  の値と,  $S(t)$  の最大値を求めよ.

2 (文理共通)

空間内に4点  $O, A, B, C$  があり,  $OA = OB = OC = 1$  である. また,  $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 60^\circ$  である.  $t$  を正の実数とし, 点  $D, E$  は  $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = (2t+1)\overrightarrow{OC}$  をみたす点とする. 点  $P$  は  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = -1, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 1$  をみたしていて, さらに4点  $A, D, E, P$  は同一平面上にある.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく.

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, t$  を用いて表せ.

(2) 実数  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき,  $|\overrightarrow{AP}|$  を最小にする  $t$  の値と,  $|\overrightarrow{AP}|$  の最小値を求めよ.

3  $a$  を実数とし, 複素数  $z$  に対して

$$f(z) = \frac{(1 - ai)z + (1 + ai)\bar{z}}{2}$$

とする. ただし,  $i$  は虚数単位,  $\bar{z}$  は  $z$  と共役な複素数である.

(1)  $f(z)$  は実数であることを示せ.

(2) 実数  $a$  に対して,  $|z| = 1$  かつ

$$f(z)\{f(z) - f(i) - 2\} = -2f(i)$$

となるような複素数  $z$  の個数を  $N(a)$  とする.  $N(a)$  を求めよ.

4 実数  $x$  に対して  $f(x) = e^{-x} \cos x$  とする. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

- (1)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  のとき, 不等式  $1 - x \leq f(x) \leq 1$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $0 < a \leq \frac{\pi}{2}$  をみたす実数  $a$  に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{(x+a)f(x)}{x^2+a^2} dx$$

とすると,  $\lim_{a \rightarrow +0} I(a)$  を求めよ.

- 5 さいころ 1 個を 3 回連続して投げ、1 回目に出た目を  $a$ 、2 回目に出た目を  $b$ 、3 回目に出た目を  $c$  とする。このとき、 $a, b, c$  のなかで最大の数を  $m$  とおき、 $x = \frac{(a+b+c)^2}{3abc}$  とおく。
- (1)  $a = b = c$  であって、 $x$  が整数である確率を求めよ。
  - (2)  $m = 6$  であって、 $x$  が整数である確率を求めよ。
  - (3)  $m$  が偶数であったとき、 $x$  が整数である条件つき確率を求めよ。

## 5 名古屋大学

### 5.1 文系

前期 数学 (文科系) 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-11 時 30 分実施

- 1 正の実数  $p$  に対して,  $xy$  平面において  $y = x^2 + p$  で定まる放物線を  $Q$  とする.  $a$  を実数とし, 点  $A(a, a^2)$  から  $Q$  に引いた 2 本の接線の接点を  $B(b, b^2 + p), C(c, c^2 + p)$  (ただし,  $b < c$ ) とする. また  $\theta = \angle CAB$  (ただし  $0 < \theta < \pi$ ) とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.
- (1)  $b, c$  を  $p, a$  を用いて表せ.
  - (2)  $\theta = \frac{\pi}{2}$  のとき,  $p$  を  $a$  を用いて表せ.
  - (3)  $\theta \neq \frac{\pi}{2}$  のとき,  $\tan \theta$  を  $p, a$  を用いて表せ.
  - (4)  $\theta \geq \frac{\pi}{3}$  がすべての実数  $a$  に対して成り立つための,  $p$  の範囲を求めよ.

## 2 (文理共通)

整数の組  $(a, b, c)$  に対して, 次の条件 (\*) を考える.

- (\*)  $a, b, c$  は 1 以上の整数であり,  $a$  と  $b$  の最大公約数,  $a$  と  $c$  の最大公約数,  $b$  と  $c$  の最大公約数はそれぞれ 1 である.

以下の問いに答えよ. ただし, 組  $(a, b, c)$  と  $(d, e, f)$  は  $a = d, b = e, c = f$  のとき, かつこのときに限り等しい.

- (1) 条件 (\*) かつ  $abc = 120$  をみたす組  $(a, b, c)$  のうちで,  $a \leq b \leq c$  をみたすものをすべて求めよ.
- (2)  $N$  を 2 以上の整数とし,  $N$  以下の素数の個数を  $m$  とする. 条件 (\*) かつ  $abc = N!$  をみたす組  $(a, b, c)$  の個数を  $m$  を用いて表せ.
- (3)  $N$  を 2 以上の整数とし,  $N$  以下の素数の個数を  $m$  とする. 条件 (\*) かつ  $abc = N!$  をみたす組  $(a, b, c)$  のうちで,  $a \leq b \leq c$  をみたすものの個数を  $m$  を用いて表せ.

## 3 (文理共通)

$xy$  平面上を次の規則 (i),(ii) に従って移動する点 A を考える.

(i)時刻 0 で点 A は原点にある.

(ii)ある時刻において点 A が  $(x, y)$  にあるとき, 時刻が 1 増えると点 A は 3 点  $(x+1, y), (x+1, y+1), (x, y+1)$  のいずれかにそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で移動する.

1 以上の整数  $n$  に対して, 次の条件 (\*) が成り立つ確率を  $P_n$  とする.

(\*) 時刻 0 から時刻  $n$  まで点 A はつねに  $-1 \leq y - x \leq 1$  で定まる領域にある.

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $P_1, P_2, P_3$  を求めよ.
- (2) 1 以上の整数  $n$  に対して, 条件 (\*) が成り立ちかつ時刻  $n$  で点 A が直線  $y - x = 0$  上にある確率を  $a_n$  とする. また, 条件 (\*) が成り立ちかつ時刻  $n$  で点 A が直線  $y - x = 1$  上または直線  $y - x = -1$  上にある確率を  $b_n$  とする.  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  を用いて表せ.
- (3)  $P_{n+2}$  を  $P_{n+1}, P_n$  を用いて表せ.
- (4)  $\alpha = \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$  とおくととき,

$$P_n \leq \alpha^{n-1}$$

が 1 以上のすべての整数  $n$  に対して成り立つことを証明せよ.

## 5.2 理系

前期 数学 (理科系) 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-12 時 30 分実施

- 1 点  $O$  を原点とする  $xy$  平面において、曲線  $y = \frac{1}{x}$  の第 1 象限にある部分を  $C$  とし、 $C$  上の 2 点  $A\left(a, \frac{1}{a}\right), B\left(b, \frac{1}{b}\right)$  (ただし  $0 < a < 1, a < b$ ) を考える。  $\theta = \angle BOA$  とおき、2 直線  $OA, OB$  と  $C$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。
- (1)  $S$  を  $a, b$  を用いて表せ。
  - (2)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  であるとき、 $b$  を  $a$  を用いて表せ。
  - (3) 2 点  $A, B$  が  $C$  上を  $\theta = \frac{\pi}{4}$  をみたしながら動くとき、 $S$  の最小値を与える  $a$  の値を求めよ。

- 2  $a$  を実数とする. 空間内の 3 点  $A(2, 1, 3), B(a + 2, 3, 4), C(1, 0, 0)$  を含む平面を  $H$  とし, 2 点  $D(-1, 2, 1), E(-3, 1, 0)$  を通る直線を考える. 以下の問いに答えよ.
- (1) 平面  $H$  が直線  $DE$  と共有点をもつための,  $a$  の条件を求めよ.
  - (2) 平面  $H$  が線分  $DE$ (両端を含む) と共有点をもつための,  $a$  の条件を求めよ.

3 (文理共通)

整数の組  $(a, b, c)$  に対して, 次の条件 (\*) を考える.

(\*)  $a, b, c$  は 1 以上の整数であり,  $a$  と  $b$  の最大公約数,  $a$  と  $c$  の最大公約数,  $b$  と  $c$  の最大公約数はそれぞれ 1 である.

以下の問いに答えよ. ただし, 組  $(a, b, c)$  と  $(d, e, f)$  は  $a = d, b = e, c = f$  のとき, かつこのときに限り等しい.

- (1) 条件 (\*) かつ  $abc = 120$  をみたす組  $(a, b, c)$  のうちで,  $a \leq b \leq c$  をみたすものをすべて求めよ.
- (2)  $N$  を 2 以上の整数とし,  $N$  以下の素数の個数を  $m$  とする. 条件 (\*) かつ  $abc = N!$  をみたす組  $(a, b, c)$  の個数を  $m$  を用いて表せ.
- (3)  $N$  を 2 以上の整数とし,  $N$  以下の素数の個数を  $m$  とする. 条件 (\*) かつ  $abc = N!$  をみたす組  $(a, b, c)$  のうちで,  $a \leq b \leq c$  をみたすものの個数を  $m$  を用いて表せ.

## 4 (文理共通)

$xy$  平面上を次の規則 (i),(ii) に従って移動する点 A を考える.

(i)時刻 0 で点 A は原点にある.

(ii)ある時刻において点 A が  $(x, y)$  にあるとき, 時刻が 1 増えると点 A は 3 点  $(x+1, y), (x+1, y+1), (x, y+1)$  のいずれかにそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で移動する.

1 以上の整数  $n$  に対して, 次の条件 (\*) が成り立つ確率を  $P_n$  とする.

(\*) 時刻 0 から時刻  $n$  まで点 A はつねに  $-1 \leq y - x \leq 1$  で定まる領域にある.

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $P_1, P_2, P_3$  を求めよ.
- (2) 1 以上の整数  $n$  に対して, 条件 (\*) が成り立ちかつ時刻  $n$  で点 A が直線  $y - x = 0$  上にある確率を  $a_n$  とする. また, 条件 (\*) が成り立ちかつ時刻  $n$  で点 A が直線  $y - x = 1$  上または直線  $y - x = -1$  上にある確率を  $b_n$  とする.  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  を用いて表せ.
- (3)  $P_{n+2}$  を  $P_{n+1}, P_n$  を用いて表せ.
- (4)  $\alpha = \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$  とおくとき,

$$P_n \leq \alpha^{n-1}$$

が 1 以上のすべての整数  $n$  に対して成り立つことを証明せよ.

## 6 北海道大学

### 6.1 文系

前期 数学 (文系) 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 00 分-10 時 30 分実施

1 関数  $f(x) = x^3 - 2x^2$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $a$  は  $a > 2$  を満たす定数とする。

- (1)  $f(x)$  の極値をすべて求めよ。
- (2)  $0 \leq x \leq a$  における  $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (3) 定積分  $\int_0^a |f(x)| dx$  を求めよ。

2 数列  $\{a_n\}$  は, すべての項が正であり, 次の条件を満たすとする.

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ.

- (1)  $b_n = \frac{1}{a_n + 2}$  とおく.  $b_{n+1}$  を  $b_n$  で表せ.
- (2)  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.

3 O を原点とする座標空間に 3 点  $A(0, 1, 0)$ ,  $B(0, 1, 2)$ ,  $C(-1, 0, -2)$  をとる. 3 点  $A, B, C$  を通る平面上に点  $H$  をとる. 次の問いに答えよ.

- (1)  $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$  を満たす実数  $s, t$  をとる.  $H$  の座標を  $s$  と  $t$  を用いて表せ.
- (2) 3 点  $A, B, C$  を通る平面と直線  $OH$  が直交するとき,  $H$  の座標を求めよ.
- (3) 四面体  $OABC$  の体積を求めよ.

- 4 1 個のさいころを投げる試行を繰り返す. 最初の持ち点は 1 とし, 3 の目が出たときは持ち点を 3 倍, 5 の目が出たときは持ち点を 5 倍, 3 と 5 以外の目が出たときは持ち点を 2 倍する. たとえば 3 回試行してでた目が順番に 6, 3, 5 のとき, 持ち点は  $1 \times 2 = 2, 2 \times 3 = 6, 6 \times 5 = 30$  と変化し, 最後の持ち点は 30 である. 次の問いに答えよ.
- (1) 3 回試行したとき, 最後の持ち点が 4 の倍数となる確率を求めよ.
  - (2) 4 回試行したとき, 最後の持ち点が平方数となる確率を求めよ. ただし, 平方数とは, ある自然数の 2 乗となる数のとことであり, たとえば 4, 9, 16 は平方数である.

## 6.2 理系

前期 数学 (理系) 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 00 分-11 時 00 分実施

1 数列  $\{a_n\}$  は次の条件を満たすとする.

$$a_1 = -8, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ.

- (1)  $a_n \neq -2 (n = 1, 2, 3, \dots)$  を示せ.
- (2)  $b_n = \frac{1}{a_n + 2}$  とおく.  $b_{n+1}$  を  $b_n$  で表せ.
- (3)  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.

2 関数  $f(x)$  を次によって定める.

$$f(x) = \int_0^x \left\{ \sin(x-t) - \frac{t}{4} \right\}^2 dt$$

次の問いに答えよ.

- (1)  $\int_0^x t \sin(x-t) dt$  を  $x$  の式で表せ.
- (2)  $f(x)$  を求めよ.
- (3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$  を求めよ.

3 複素数平面上に原点  $O$  を中心とする半径 1 の円  $C$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1)  $C$  上の点  $\alpha$  は  $|\alpha + \bar{\alpha}| = |\alpha - \bar{\alpha}|$  を満たし、 $\alpha$  の偏角  $\theta$  は  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  を満たすとする。 $\alpha$  を求めよ。
- (2)  $\beta$  は虚部が正の複素数で、 $\beta^3 = 1$  を満たすとする。点  $z$  が  $\beta$  を除く  $C$  上を動くとき、 $w(z - \beta) = 1$  を満たす点  $w$  が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

- 4 O を原点とする座標空間に 2 点  $P(1, 0, 3), Q(0, 2, 3)$  をとる. 実数  $h$  は  $h > 3$  を満たすとし, 点  $C(0, 0, h)$  をとる. 3 点  $C, P, Q$  を通る平面を  $\alpha$  とする. さらに,  $\alpha$  と  $x$  軸との交点を  $A$ ,  $\alpha$  と  $y$  軸との交点を  $B$  とおく, 四面体  $OABC$  の体積を  $V$  とする. 次の問いに答えよ.
- (1)  $A$  の  $x$  座標を  $h$  を用いて表せ.
  - (2)  $V$  を  $h$  を用いて表せ.
  - (3)  $h$  が  $h > 3$  を満たす実数全体を動くとき,  $V$  の最小値を求めよ.

- 5 1 個のさいころを投げる試行を繰り返す. 最初の持ち点は 1 とし, 3 の目が出たときは持ち点を 3 倍, 5 の目が出たときは持ち点を 5 倍, 3 と 5 以外の目が出たときは持ち点を 2 倍する. たとえば 3 回試行してでた目が順番に 6, 3, 5 のとき, 持ち点は  $1 \times 2 = 2, 2 \times 3 = 6, 6 \times 5 = 30$  と変化し, 最後の持ち点は 30 である. 次の問いに答えよ.
- (1)  $n \geq 2$  とする.  $n$  回試行したとき, 最後の持ち点が 4 の倍数となる確率を求めよ.
  - (2) 持ち点があはじめて 15 以上となったときに試行を終了する. 終了するまでに試行した回数の期待値を求めよ.

### 6.3 後期 (理系)

後期 数学 (理系) 試験時間 100 分 令和 8 年 3 月 12 日 12 時 20 分-14 時 00 分実施

1  $x > 0$  とする. 関数  $f(x)$  を  $f(x) = 2x + \frac{8}{x^2}$  とし, 関数  $g(x)$  を  $g(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x}$  とする. 次の問いに答えよ.

(1)  $f(x) \geq g(x)$  となる  $x$  の範囲を求めよ.

(2) 定積分  $\int_1^4 |f(x) - g(x)| dx$  を求めよ.

2 次の問いに答えよ。ただし、 $2^{10} = 1024$  を用いてよい。

- (1)  $0.3 < \log_{10} 2$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $(1100)^2 < 2^{-3} \cdot 10^n$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。
- (3)  $\log_{10} 2 < 0.305$  が成り立つことを示せ。

- 3  $a$  は実数とし、座標平面上の直線  $(1 + 7a)x + (7 - a)y + 5a - 5 = 0$  を  $l$  とする。次の問いに答えよ。
- (1)  $a$  の値によらず直線  $l$  は定点  $A$  を通る。  $A$  の座標を求めよ。
  - (2)  $a$  が  $a > 0$  の範囲で変化するとき、直線  $l$  が通過する領域  $D$  を図示せよ。

- 4  $r$  は  $r > 0$  を満たす実数とし、座標平面内の放物線  $y = x^2 - 3x$  を  $C_1$ 、円  $x^2 + y^2 = r^2$  を  $C_2$  とする。次の問いに答えよ。
- (1)  $a$  を実数とする。  $C_1$  の点  $(a, a^2 - 3a)$  における  $C_1$  の接線の方程式を求め、この接線と原点の距離を求めよ。
  - (2)  $C_1$  と  $C_2$  の両方に接する直線が 4 本存在する  $r$  の値の範囲を求めよ。

## 7 九州大学

### 7.1 文系

前期 数学 (文系) 配点 200 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 00 分実施

1 以下の問いに答えよ.

- (1) 関数  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 1$  が極値をとるときの  $x$  の値を求めよ. また, そのときの極値を求めよ.
- (2) 座標平面上の曲線  $C : y = |x^2 - 1|$  と, 点  $(-1, 0)$  を通る傾き 1 の直線  $l$  を考える.  $C$  と  $l$  で囲まれる領域の面積を求めよ.

2 座標空間内の4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(2, 2, 0)$ ,  $C(4, 2, 2)$  と球面

$$S: (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$$

を考える. 3点  $A, B, C$  を通る平面を  $\alpha$  とする. また, 点  $P$  は  $S$  上にあり, 以下の2つの条件をみたすとする.

- 直線  $OP$  は  $\alpha$  と直交する.
- 点  $P$  の  $y$  座標は  $-1$  以下である.

以下の問いに答えよ.

- (1)  $P$  の座標を求めよ.
- (2)  $P$  から  $\alpha$  に下ろした垂線と  $\alpha$  の交点を  $H$  とする. このとき  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$  をみたす実数  $s, t$  を求めよ.
- (3) 四面体  $ABCP$  の体積を求めよ.

3 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\sqrt{2}$  が無理数であることを示せ.
- (2)  $n$  を自然数とする.  $(\sqrt{2} + 1)^n + (\sqrt{2} - 1)^n$  が整数となるための,  $n$  がみたすべき必要十分条件を求めよ.

## 4 (文理共通)

$0 < r < 1$  とする. 表が出る確率が  $r$ , 裏が出る確率が  $1 - r$  の硬貨を投げ, 表が出た場合は白玉を 2 つ横並びに置き, 裏が出た場合は黒玉を 1 つ置く. この容量で硬貨を繰り返し投げ, 左から右に 1 列になるように白玉と黒玉を順に並べていく.

例えば, 3 回硬貨を投げ, 結果が順に「裏, 表, 表」であれば, 左から順に「黒, 白, 白, 白, 白」と 5 つの玉が並ぶ.

$n$  を自然数とする.  $n + 2$  回硬貨を投げたとき, 左から  $n, n + 1, n + 2$  番目の玉がすべて黒である確率を  $p_n$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $p_1, p_2$  を求めよ.
- (2)  $n \geq 2$  とする.  $n + 2$  回硬貨を投げたとき, 左から  $1, n, n + 1, n + 2$  番目の玉がすべて黒である確率を  $p_{n-1}$  を用いて表せ.
- (3)  $n \geq 3$  のとき,  $p_n$  を  $p_{n-2}, p_{n-1}$  を用いて表せ.
- (4)  $p_n$  を求めよ.

## 7.2 理系

前期 数学 (理系) 配点 250 点 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 30 分実施

1 座標空間内で、原点  $O$  を中心とする半径 3 の球を  $S$  とする。また、点  $P(1, 0, \sqrt{3})$  を考え、 $T_1$  と  $T_2$  を直線  $OP$  と直交する相異なる 2 つの平面とする。 $T_1$  と  $S$  の共通部分を  $C_1$ 、 $T_2$  と  $S$  の共通部分を  $C_2$  とし、次の 2 つの条件をみたすとする。

- $C_1$  と  $C_2$  はどちらも半径 1 の円である。
- $C_1$  の中心の  $z$  座標は正で、 $C_2$  の中心の  $z$  座標は負である。

以下の問いに答えよ。

- (1) 円  $C_1, C_2$  の中心の座標を求めよ。
- (2) 円  $C_1, C_2$  を底面とする円柱の側面を平面  $z = 0$  で切る。その切り口の曲線の方程式を求めよ。また、その曲線を図示せよ。

2 点  $z$  が複素数平面上の線分

$$z = t + ti \quad \left( \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \leq t \leq \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right)$$

の上を動くとき,

$$z^2 - wz + 1 = 0$$

をみたす複素数  $w$  を表す点が描く軌跡を  $C$  とする. ただし,  $i$  は虚数単位である. 以下の問いに答えよ.

- (1) 軌跡  $C$  を複素数平面上に図示せよ.
- (2)  $t = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$  のときに複素数  $w$  を表す点を  $P_1$  とし,  $t = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$  のときに複素数  $w$  を表す点を  $P_2$  とする. このとき, 軌跡  $C$ , 線分  $OP_1$ , 線分  $OP_2$  で囲まれる領域を虚軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ. ただし,  $O$  は複素数平面の原点である.

## 3 (文理共通)

$0 < r < 1$  とする. 表が出る確率が  $r$ , 裏が出る確率が  $1 - r$  の硬貨を投げ, 表が出た場合は白玉を 2 つ横並びに置き, 裏が出た場合は黒玉を 1 つ置く. この容量で硬貨を繰り返し投げ, 左から右に 1 列になるように白玉と黒玉を順に並べていく.

例えば, 3 回硬貨を投げ, 結果が順に「裏, 表, 表」であれば, 左から順に「黒, 白, 白, 白, 白」と 5 つの玉が並ぶ.

$n$  を自然数とする.  $n + 2$  回硬貨を投げたとき, 左から  $n, n + 1, n + 2$  番目の玉がすべて黒である確率を  $p_n$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $p_1, p_2$  を求めよ.
- (2)  $n \geq 2$  とする.  $n + 2$  回硬貨を投げたとき, 左から  $1, n, n + 1, n + 2$  番目の玉がすべて黒である確率を  $p_{n-1}$  を用いて表せ.
- (3)  $n \geq 3$  のとき,  $p_n$  を  $p_{n-2}, p_{n-1}$  を用いて表せ.
- (4)  $p_n$  を求めよ.

- 4 以下の問いに答えよ。ただし、 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ が無理数であることは用いてよい。
- (1)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ を示せ。また、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数であることを示せ。
  - (2)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ を解にもち、係数がすべて有理数の4次方程式を1つもとめよ。また、その4次方程式の解をすべて求めよ。
  - (3)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ を解にもち、係数がすべて有理数の2次方程式は存在しないことを示せ。

## 5 関数

$$f(x) = \int_x^{x+1} \log(4t^2 + 1) dt$$

に関して、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  が極値をとるときの  $x$  の値を求めよ。また、そのときの極値を求めよ。
- (2) 極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x\{f(x) - f(x-1)\}$  を求めよ。

### 7.3 後期 (理系)

後期 数学 (理系) 試験時間 120 分 令和 7 年 3 月 12 日 13 時 00 分-15 時 00 分実施

1

## 8 一橋大学

### 8.1 前期

前期 数学 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 00 分実施

1 条件

$$\begin{cases} |x^2 - 7x + 1| = y^2 \\ y > 0 \end{cases}$$

を満たす整数の組  $(x, y)$  を求めよ.

2 数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt{5}$ , および

$$a_{n+2} = a_{n+1} \cdot a_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める.  $a_n \geq 10^{2026}$  となる最小の  $n$  を求めよ.

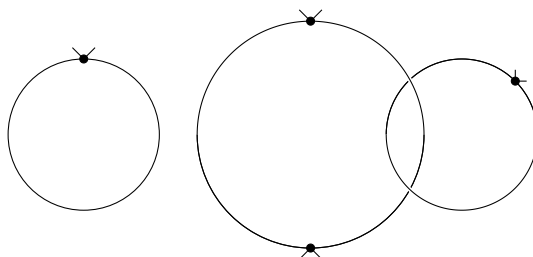
3 3次関数  $f(x)$  および実数  $\alpha, \beta$  は以下の3つの条件を満たす.

- (i)  $f(x)$  の3次の項の係数は1である.
- (ii)  $f(x)$  は  $x = \alpha$  と  $x = \beta$  において極値をとる.
- (iii)  $-2 \leq \alpha \leq -1$  かつ  $1 \leq \beta \leq 2$

このとき,  $xy$  平面上の2点  $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$  を通る直線の傾き  $k$  のとり得る値の範囲を求めよ.

- 4 座標空間内に4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(6, 0, 0)$ ,  $B(0, 6, 0)$ ,  $C(0, 0, 6)$  をとる.  $OA, OB, OC$  を辺にもつ立方体を  $K$  とし, 3点  $D(0, 2, 6)$ ,  $E(0, 6, 3)$ ,  $F(3, 6, 0)$  を通る平面を  $\alpha$  とする.  $\alpha$  による  $K$  の切り口を底面とし,  $O$  を頂点とする錐体の体積を求めよ.

- 5 4本のひもがある。8つある端から2つずつ無作為に選び4つの組に分け、同じ組に属する端どうしを結ぶ。こうしてできる輪の数を  $N$  とする。ただし、輪とは1つあるいは複数のひもが結ばれて、ひとつながりになったものをいう。たとえば、下図のとき、1つのひもからなる輪が2つ、2つのひもからなる輪が1つできている。この図では2つの輪がからまっているが、 $N = 3$  と数える。



- (1)  $N = 4$  となる確率を求めよ。
- (2)  $N = 1$  となる確率を求めよ。
- (3)  $N$  の期待値を求めよ。

## 8.2 後期

後期 数学 試験時間 120 分 令和 8 年 3 月 12 日 14 時 00 分-16 時 00 分実施

1 正の整数  $m, n$  を用いて

$$\frac{\sqrt{3m} + \sqrt{3n-1}}{\sqrt{3m} - \sqrt{3n-1}}$$

と表される 1 以上 10 以下の整数を求めよ.

2  $a$  を  $-1$  以上の実数とする. 実数  $x$  についての命題

$$\lceil x^2 - 2x - a \leq 0 \implies x^2 - 2ax - 1 \geq 0 \rceil$$

が真となる  $a$  の値の範囲を求めよ.

3 硬貨を  $n$  回投げたとき、次の条件を満たす 1 以上の整数  $m$  が存在する確率を求めよ.

「 $m$  回続けて表が出ることがちょうど 2 度あり、 $m + 1$  回以上続けて表が出ることはない。また、それ以外の回ではすべて裏が出る。」

ただし、1 回表が出ることも「1 回続けて表が出る」という。

- 4  $t$  が実数全体を動くとき,  $xy$  平面において点  $(|t| + |t - 2|, t^3 - 12t)$  が描く曲線の囲む部分の面積を求めよ.

- 5 次の [I], [II] のいずれか一方を選択して解答せよ. なお, 解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること.

[I] 正の整数  $k$  を  $k$  個ずつ, 小さいものから順に並べた数列

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, \dots \\ \dots, k-1, \underbrace{k, k, \dots, k}_{k \text{個}}, k+1, \dots$$

の第  $n$  項を  $a_n$  とする. たとえば,  $a_6 = 3, a_7 = 4$  である.

- (1)  $a_{2026}$  を求めよ.  
 (2) どのような  $n$  に対しても

$$a_n = [\sqrt{2n} + p]$$

が成り立つような実数  $p$  を求めよ. ただし, 実数  $x$  に対し,  $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  で表す.

[II]  $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}$  とする.

- (1) 正の整数  $n$  に対し,  $(n-1)\pi \leq x \leq n\pi$  の範囲において  $y = f(x)$  と  $x$  軸によって囲まれた部分を,  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積  $V_n$  を求めよ.  
 (2) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$  の和を求めよ.

## 9 東京科学大学

### 9.1 理工学系

前期 数学 (理工学系) 配点 300 点 試験時間 180 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 30 分-12 時 30 分実施

- 1 (1)  $x$  は無理数であり, 有理数  $a, b$  および正の整数  $n$  による  $x = a + b\sqrt{n}$  と表されるとする.  
このとき,  $x^2 + px + q = 0$  が成り立つような有理数  $p, q$  を求めよ. また, そのような有理数  $p, q$  の組はただ一つに限ることを示せ.
- (2)  $x$  は無理数であり, 有理数  $a, b$  および正の整数  $n$  により  $x = a + b\sqrt[3]{n}$  と表されるとする.  
このとき,  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$  が成り立つような有理数  $p, q, r$  を求めよ. また, そのような有理数  $p, q, r$  の組はただ一つに限ることを示せ.

2  $n$  は 4 以上の整数であり,  $x, y, z$  はすべて正の整数であるとする.

(1)  $1 \leq r < n$  をみたす整数  $r$  に対して,

$${}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}$$

および

$${}_{n+1} C_{r+1} = \sum_{k=r}^n k C_r$$

が成り立つことを示せ.

(2) 空間の点  $(x, y, z)$  で,

$$x + y + z < n$$

をみたすものの個数を  $n$  を用いて表せ.

(3) 空間の点  $(x, y, z)$  で,

$$x + y + z = 3n \quad \text{かつ} \quad x < y < z$$

をみたすものの個数を  $n$  を用いて表せ.

3  $a$  と  $b$  を正の実数とし、座標平面の 3 点  $O(0,0), A(a,0), B(0,b)$  を考える。  $AB$  の中点を  $C$ 、  $AC$  の中点を  $P$  とし、  $\triangle BCO$  の外心を  $Q$  とする。

(1) 2 点  $P, Q$  のそれぞれの座標を  $a$  と  $b$  を用いて表せ。

(2) 2 点  $O, A$  を通る直線上の点  $R$  で、  $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$  をみたすものすべてについて、それぞれの座標を  $a$  と  $b$  を用いて表せ。

(3) (2) の条件をみたす点  $R$  で、

$$\triangle PQR \sim \triangle ABO, \quad \triangle QPR \sim \triangle ABO$$

のうち少なくとも一方が成り立つようなものをすべて求めよ。

4  $i$  を虚数単位とする. 実数  $\theta$  に対して複素数  $e(\theta)$  を

$$e(\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$$

で定める. 正の整数  $n$  に対し, 複素数平面上の点  $e\left(\frac{n-1}{3}\pi\right)$  と点  $e\left(\frac{n}{3}\pi\right)$  を通る直線を  $l_n$  とする. 複素数  $z$  に対し, 直線  $l_n$  に関して点  $z$  と対称な位置にある点を表す複素数を  $R_n(z)$  とする.

(1) 複素数  $z$  と共役な複素数を  $\bar{z}$  とする. このとき,

$$R_n(z) = e(\theta_1)\bar{z} + \sqrt{3}e(\theta_2)$$

をみたす実数  $\theta_1, \theta_2$  をそれぞれ  $n$  を用いて表せ.

(2) 実数  $a, b$  に対して,

$$z_1 = a + bi, \quad z_{n+1} = R_n(z_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる複素数の列  $\{z_n\}$  の一般項を求めよ.

- 5  $n, k$  を正の整数とする. 次の不等式をみたす最小の  $k$  を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{100} x^k e^{-x} \sin^2(nx) dx > 10$$

ただし,  $e$  は自然対数の底であり,  $e > 2$  をみたす.

## 9.2 医歯学系 (医学部医学科)

前期 数学 (医歯学系 (医学部医学科)) 配点 120 点 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 30 分-11 時 00 分実施

1 (医歯共通)

$a, b, h$  を正の実数とし,  $a \leq b$  とする.  $xyz$  空間において, 8 点

$$O(0, 0, 0), A(a, 0, 0), B(a, a, 0), C(0, a, 0), O'(0, 0, h), A'(b, 0, h), B'(b, b, h), C'(0, b, h)$$

を頂点とする多面体の体積を  $V$  とする.  $OA + AA' = 1$  が成り立つとする. このとき, 以下の各問いに答えよ.

- (1)  $a = b$  のとき,  $V$  の最大値を求めよ.
- (2)  $b - a = \frac{1}{2}AA'$  が成り立つとき,  $V$  が最大となるような  $a$  の値を求めよ.
- (3) 0 以上の定数  $k$  に対して,  $b - a = kAA'$  が成り立つとする.  $a$  が  $0 < a < 1$  の範囲で変化するときに,  $V$  が最大値を持つことを示せ.

## 2 (医歯共通)

$n$  を 2 以上の自然数とする. 項数  $n$  の数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  のうち

(C1) 各項は 1 以上 6 以下の自然数である.

(C2) どの 2 項の和も 7 にならない.

という 2 条件を満たすものの総数を  $p_n$  とする. このとき, 以下の各問いに答えよ.

(1)  $p_2$  および  $p_3$  を求めよ.

(2) 項数  $n$  の数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  のうち, (C1),(C2) に加えて,

(C3) 各項の値のうち, 異なるものがちょうど 2 種類である.

という条件を満たすものの総数を  $q_n$  とする.  $q_n$  を  $n$  を用いて表せ.

(3)  $p_n$  を  $n$  を用いて表せ.

3  $r$  を正の実数とするととき、以下の各問いに答えよ。

(1)  $0 \leq e < r$  を満たす実数  $e$  に対して、 $xy$  平面において連立不等式

$$(*) \begin{cases} x^2 + (y - e)^2 \leq r^2 \\ x^2 + (y + e)^2 \leq r^2 \end{cases}$$

が表す領域の面積  $S$  を、 $\cos \theta = \frac{e}{r}$  となる  $\theta$  ( $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) と  $r$  を用いて表せ。

(2)  $-r < e \leq 0$  を満たす実数  $e$  に対して、 $xy$  平面において連立不等式 (\*) が表す領域の面積  $S$  を、 $\cos \theta = \frac{e}{r}$  となる  $\theta$  ( $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ ) と  $r$  を用いて表せ。

(3)  $a$  を正の実数とする。 $xyz$  空間において、平面  $x = 0$  上に放物線  $C : z = ay^2$  をとる。いま、 $t \geq 0$  を満たす実数  $t$  に対して、 $s \geq 0$  であるような  $C$  上の点  $(0, s, t)$  をとる。これに対して、以下を満たすような実数  $f(t), g(t)$  および領域  $D_1, D_2$  を定める。

- 平面  $z = t$  上の領域  $D_1 : x^2 + (y - f(t))^2 \leq r^2$  における  $y$  座標の最小値は  $-s$  である。
- 平面  $z = t$  上の領域  $D_2 : x^2 + (y - g(t))^2 \leq r^2$  における  $y$  座標の最大値は  $s$  である。

$xyz$  空間において、 $t \geq 0$  の範囲で  $t$  を動かしたときに  $D_1$  と  $D_2$  の共通部分が通過する部分の体積  $V$  を  $a, r$  を用いて表せ。

(4) (3) について、 $a + r = 1$  のとき、 $V$  を最大とする  $a, r$  の値を求めよ。

**9.3 医歯学系 (医学部保健衛生学科検査技術学専攻・歯学部歯学科)**

前期 数学 (医歯学系 (医学部保健衛生学科検査技術学専攻・歯学部歯学科)) 配点 120 点 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 30 分-11 時 00 分実施

**1** (医歯共通)

$a, b, h$  を正の実数とし,  $a \leq b$  とする.  $xyz$  空間において, 8 点

$$O(0, 0, 0), A(a, 0, 0), B(a, a, 0), C(0, a, 0), O'(0, 0, h), A'(b, 0, h), B'(b, b, h), C'(0, b, h)$$

を頂点とする多面体の体積を  $V$  とする.  $OA + AA' = 1$  が成り立つとする. このとき, 以下の各問いに答えよ.

- (1)  $a = b$  のとき,  $V$  の最大値を求めよ.
- (2)  $b - a = \frac{1}{2}AA'$  が成り立つとき,  $V$  が最大となるような  $a$  の値を求めよ.
- (3) 0 以上の定数  $k$  に対して,  $b - a = kAA'$  が成り立つとする.  $a$  が  $0 < a < 1$  の範囲で変化するとき,  $V$  が最大値を持つことを示せ.

## 2 (医歯共通)

$n$  を 2 以上の自然数とする. 項数  $n$  の数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  のうち

(C1) 各項は 1 以上 6 以下の自然数である.

(C2) どの 2 項の和も 7 にならない.

という 2 条件を満たすものの総数を  $p_n$  とする. このとき, 以下の各問いに答えよ.

(1)  $p_2$  および  $p_3$  を求めよ.

(2) 項数  $n$  の数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  のうち, (C1),(C2) に加えて,

(C3) 各項の値のうち, 異なるものがちょうど 2 種類である.

という条件を満たすものの総数を  $q_n$  とする.  $q_n$  を  $n$  を用いて表せ.

(3)  $p_n$  を  $n$  を用いて表せ.

3  $r$  を正の実数とするとき、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $0 \leq c < r$  を満たす実数  $c$  に対して、 $xy$  平面において連立不等式

$$(*) \begin{cases} x^2 + (y - c)^2 \leq r^2 \\ x^2 + (y + c)^2 \leq r^2 \end{cases}$$

が表す領域の面積  $S$  を、 $\cos \theta = \frac{c}{r}$  となる  $\theta$  ( $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) と  $r$  を用いて表せ。

- (2)  $-r < c \leq 0$  を満たす実数  $c$  に対して、 $xy$  平面において連立不等式 (\*) が表す領域の面積  $S$  を、 $\cos \theta = \frac{c}{r}$  となる  $\theta$  ( $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ ) と  $r$  を用いて表せ。
- (3)  $xyz$  空間において、平面  $x = 0$  上に放物線  $C: z = y^2$  をとる。いま、 $t \geq 0$  を満たす実数  $t$  に対して、 $s \geq 0$  であるような  $C$  上の点  $(0, s, t)$  をとる。これに対して、以下を満たすような実数  $f(t), g(t)$  および領域  $D_1, D_2$  を定める。
- 平面  $z = t$  上の領域  $D_1: x^2 + (y - f(t))^2 \leq r^2$  における  $y$  座標の最小値は  $-s$  である。
  - 平面  $z = t$  上の領域  $D_2: x^2 + (y - g(t))^2 \leq r^2$  における  $y$  座標の最大値は  $s$  である。
- $f(t), g(t)$  を  $r$  を用いて表せ。
- (4) (3) について、 $xyz$  空間において、 $t \geq 0$  の範囲で  $t$  を動かしたときに  $D_1$  と  $D_2$  の共通部分が通過する部分の体積  $V$  を  $r$  を用いて表せ。

## 10 神戸大学

### 10.1 文系

前期 数学 (文科系) 配点 75 点 試験時間 80 分 令和 8 年 2 月 25 日 11 時 50 分-13 時 10 分実施

- 1  $y = x^3$  のグラフを  $C$  とする.  $C$  上の点  $P(-1, -1)$  を通る直線  $l$  が  $C$  と相異なる 3 つの共有点  $P, A, B$  をもつように動くとする.  $l$  の方程式を  $y = ax + t$  とする. 以下の問に答えよ.
- (1)  $t$  のとりうる値の範囲を求めよ.
  - (2)  $A$  の  $x$  座標を  $\alpha$  とし,  $B$  の  $x$  座標を  $\beta$  とする.  $\alpha\beta$  と  $\alpha^2 + \beta^2$  を  $t$  を用いて表せ.
  - (3)  $A$  における  $C$  の接線を  $l_A$  とし,  $B$  における  $C$  の接線を  $l_B$  とする.  $l_A$  と  $l_B$  の交点  $Q$  の軌跡を求め, 図示せよ.

2 (文理一部共通)

1 個のさいころを 3 回続けて投げ、出た目の数を順に  $a, b, c$  とおく. 多項式  $f(x), g(x)$  を

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 3x + b, \quad g(x) = x^2 + cx + 1$$

とし,  $f(x)$  を  $g(x)$  で割ったときの余りを  $r(x)$  とおく. 以下の問に答えよ.

- (1)  $r(x)$  が 0 である確率を求めよ.
- (2)  $r(x)$  が 0 でなく, かつ,  $r(x)$  の次数が 0 である確率を求めよ.
- (3)  $r(0)$  が奇数である確率を求めよ.
- (4)  $r(0)$  が奇数であり, かつ,  $r(1)$  が偶数である確率を求めよ.

3 一辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF がある。以下では三角形および四角形は、すべての頂点が A, B, C, D, E, F のいずれかである三角形および四角形のみとする。三角形全体の集合を  $T$  とする。長さの等しい辺がちょうど 3 本ある四角形全体の集合を  $Q_1$  とし、長さの等しい辺が 2 本ずつ 2 組ある四角形全体の集合を  $Q_2$  とする。要素の個数が有限個である集合  $S$  の要素の個数を  $n(S)$  で表す。以下の間に答えよ。

- (1)  $n(T)$  を求めよ。
- (2)  $n(Q_1)$  および  $n(Q_2)$  を求めよ。
- (3) 「四角形  $B_1B_2B_3B_4$  は三角形  $A_1A_2A_3$  を含む」とは

$$\{A_1, A_2, A_3\} \subset \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$$

が成り立つこととする。

各三角形  $X \in T$  に対し、集合  $S_1(X)$  と  $S_2(X)$  を

$$S_1(X) = \{Y \mid Y \in Q_1 \text{ かつ } Y \text{ は } X \text{ を含む}\}$$

$$S_2(X) = \{Y \mid Y \in Q_2 \text{ かつ } Y \text{ は } X \text{ を含む}\}$$

と定める。各三角形  $X \in T$  に対して、 $n(S_1(X))$  と  $n(S_2(X))$  を求めよ。

**10.2 理系**

前期 数学 (理科系) 配点 150 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 11 時 50 分-13 時 50 分実施

1 (文理一部共通)

1 個のさいころを 3 回続けて投げ、出た目の数を順に  $a, b, c$  とおく. 多項式  $f(x), g(x)$  を

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 3x + b, \quad g(x) = x^2 + cx + 1$$

とし,  $f(x)$  を  $g(x)$  で割ったときの余りを  $r(x)$  とおく. 以下の問に答えよ.

- (1)  $r(x)$  が 0 である確率を求めよ.
- (2)  $r(x)$  が 0 でなく, かつ,  $r(x)$  の次数が 0 である確率を求めよ.
- (3) 方程式  $g(x) = 0$  が有理数の解をもつ確率を求めよ. ただし, 50 以下の正の整数  $n$  に対し,  $n$  が 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 のいずれとも異なるならば,  $\sqrt{n}$  が無理数であることを必要に応じて用いてよい.
- (4)  $r(x)$  の次数が 1 であり, かつ,  $g(x)$  が  $r(x)$  で割り切れる確率を求めよ.

2 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \sin(\log x) \cos(\log x) \quad (1 \leq x \leq e^\pi)$$

と定める。以下の問に答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフの概形を図示せよ。グラフの凹凸は調べなくてよい。
- (2)  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた部分のうち、 $y \geq 0$  である部分の面積を求めよ。

3 整数  $m$  が性質  $P$  をみたすとは,

$$m = |z^2|$$

が成り立つような実部と虚部が共に整数である複素数  $z$  が存在することとする. 以下の問に答えよ.

- (1) 性質  $P$  をみたす整数  $m$  で  $30 < m < 40$  をみたすものをすべて挙げよ.
- (2) 性質  $P$  をみたす整数 2 つの積は, 性質  $P$  をみたすことを証明せよ.
- (3) 4 で割った余りが 3 であるような整数は, 性質  $P$  をみたさないことを証明せよ.

- 4  $0 \leq a \leq \pi$  とする. 関数  $f(x)$  は  $x$  の連続関数とし,

$$g(x) = \int_a^x f(t) \sin(x-t) dt$$

とおく. 以下の問に答えよ.

- (1)  $g'(a)$  を求めよ.
- (2)  $g''(x)$  を  $f(x)$  と  $g(x)$  を用いて表せ.
- (3) 条件「 $g(x) = \sin x - \sin^2 x$ 」は, 条件「 $f(x) = \sin^2 x - 2 \cos^2 x$  かつ  $a = \frac{\pi}{2}$ 」であるための必要十分条件であることを証明せよ.

5  $r$  を正の実数とする. 複素数  $\alpha$  が

$$(1+r^2)\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0$$

をみたすとする. 複素数平面上の 3 点  $O(0)$ ,  $A(\alpha)$ ,  $B(1)$  について以下の問に答えよ.

- (1) 次の条件をみたす円  $C$  が存在することを証明し,  $C$  の中心を表す複素数と  $C$  の半径を求めよ.

条件「すべての正の実数  $r$  に対して,  $A$  は  $C$  上にある.」

- (2)  $t > 0$  とし,  $r = te^{-t}$  とする.  $t > 0$  における  $\triangle OAB$  の面積の最大値とそれを与える  $t$  を求めよ.

**10.3 後期 (理系)**

前期 数学 (理科系) 配点 150 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 11 時 50 分-13 時 50 分実施

1  $n$  を正の整数とする. 点  $O$  を中心とする半径 1 の円に内接する正  $3 \cdot 2^n$  角形を  $X$  とする.  $n = 1$  のとき  $X$  は正 6 角形であり,  $n = 2$  のとき  $X$  は正 12 角形である.  $X$  の頂点をひとつ選んでそれを  $P_2$  とし,  $P_2$  の両隣の頂点をそれぞれ  $P_1, P_3$  とする.  $\angle P_1OP_2$  を  $\theta_n$  とする.  $\triangle P_1P_2P_3$  の面積を  $S_n$  とする. 以下の問に答えよ.

(1)  $S_n$  を  $\cos \theta_n, \sin \theta_n$  を用いて表せ.

(2) すべての  $n$  に対して  $\frac{S_{n+1}}{S_n} < \frac{1}{4}$  が成り立つことを証明せよ.

2 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \tan x - \frac{x^2}{2} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

で定める. 以下の問に答えよ.

(1)  $0 \leq x \leq 1$  において  $f'(x) > 0$  であることを証明せよ.

(2)  $0 \leq x \leq 1$  における  $y = f(x)$  の逆関数を  $x = g(y)$  とし,  $a = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\pi^2}{32}$  とするとき,

$$\frac{dg}{dy}(a), \quad \frac{d^2g}{dy^2}(a)$$

をそれぞれ求めよ.

(3)  $g(y)$  は (2) のものとする. 定積分

$$\int_{f(0)}^{f(1)} g(y) dy$$

を求めよ.

3 以下の間に答えよ.

(1)  $x > 0$  とする.

$$(4^x)^{\log_2 \left(7^{\frac{1}{x}}\right)}$$

の値を対数を用いずに表せ.

(2)  $x > 0$  とする. 関数

$$f(x) = x^{\log(2^{\log x})}$$

の極限  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$  と  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  を調べ,  $y = f(x)$  のグラフの概形を図示せよ. グラフの凹凸は調べなくてよい.

4 2つの関数

$$\begin{aligned}y &= 1 - \frac{2}{\pi} \left| \frac{\pi}{2} - x \right| & (0 \leq x \leq \pi) \\y &= \sin x & (0 \leq x \leq \pi)\end{aligned}$$

のグラフをそれぞれ  $C_1, C_2$  とする. 以下の問に答えよ.

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  の概形を同一の座標平面上に図示せよ.
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた部分の面積を求めよ.
- (3)  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた部分を直線  $x = \frac{\pi}{2}$  の周りに1回転してできる立体の体積を求めよ.

5  $a \geq 0$  とする. 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = a \sin x + \sin 2x \quad (0 < x < 2\pi)$$

で定める. 以下の問に答えよ.

- (1)  $f'(b) = 0$  とする.  $\cos b$  を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $f(x)$  が極大となる  $x$  の個数を求めよ.