

2026 年度 国立 10 大学入試問題 (旧帝一科神) 数学

MathAbyss

2026 年 2 月 25 日

※注意 この PDF ファイルは, 2026 年度の国公立大学 2 次試験で実施された数学の試験問題のうち, 東京大学, 京都大学, 東北大学 (前期・後期), 大阪大学, 名古屋大学, 北海道大学 (前期・後期), 九州大学 (前期・後期), 一橋大学 (前期・後期), 東京科学大学, 神戸大学 (前期・後期) の問題を収録したものです.

目次

1	東京大学	2
2	京都大学	6
3	東北大学	8
4	大阪大学	12
5	名古屋大学	14
6	北海道大学	16
7	九州大学	19
8	一橋大学	23
9	東京科学大学	25
10	神戸大学	29

1 東京大学

1.1 文系

前期 数学 (文科) 配点 80 点 試験時間 100 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-15 時 40 分実施

- 1 正の実数 k および $\alpha < \beta$ となる実数 α, β が次の条件を満たすように動く.

条件: 座標平面上の放物線 $C : y = k(x - \alpha)(\beta - x)$ の頂点は $(-3, 1)$ であり, C は y 軸と $-2 \leq y \leq 0$ の範囲で交わる.

このとき, C と x 軸で囲まれる図形の面積 S のとりうる値の範囲を求めよ.

- 2 (文理共通)

n を正の整数とする. 座標平面上の $3n$ 個の点がなす集合

$$\{(x, y) \mid x, y \text{ は } 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n \text{ を満たす整数}\}$$

から相異なる 3 点を選ぶ. ただし, どの 3 点も当確率で選ばれるものとする. 選んだ 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を p_n とする.

(1) p_5 を求めよ.

(2) m を 2 以上の整数とする. p_{2m} を求めよ.

- 3 $0 < a < 1$ とし, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{a}{8}(x-1)^2 + \frac{2}{a} - 3$$

と定める.

また, 関数 $g(x)$ を次のように定める. 整数 n に対し,

$$\begin{aligned} 2n \leq x < 2n+1 \text{ のとき} & \quad g(x) = x - 2n \\ 2n+1 \leq x < 2n+2 \text{ のとき} & \quad g(x) = -x + 2n + 2 \end{aligned}$$

とする.

(1) $x \geq 4$ において $f(x) > g(x)$ を示せ.

(2) $\frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}$ とする. 座標平面上の $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの $x \geq 0$ の範囲における共有点の個数を求めよ.

- 4 (文理共通)

k を実数とし, 座標平面上の曲線 C を $y = x^3 - kx$ で定める. C 上の 2 点 P, Q に対する以下の条件 (*) を考える.

(*) 原点 O , 点 P , 点 Q は相異なり, C の O, P, Q における接線のうち, どの 2 本も交わり, そのなす角はすべて $\frac{\pi}{3}$ となる.

ただし、2直線のなす角は0以上 $\frac{\pi}{2}$ 以下の範囲で考えるものとする。

- (1) 条件(*)を満たすP,Qが存在するような k の範囲を求めよ。
- (2) k が(1)で定まる範囲にあるとする。P,Qが条件(*)を満たすように動くとき、 C のO,P,Qにおける接線によって囲まれる三角形の面積 S の最大値を M 、最小値を m とおく。ただし、3本の接線が1点で交わる時は $S=0$ とする。 $M=4m$ となる k の値を求めよ。

1.2 理系

前期 数学 (理科) 配点 120 点 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 30 分実施

- 1 (1) 関数 $f(\theta) = \sin \theta - \theta + \frac{\theta^3}{6}$ の区間 $-1 \leq \theta \leq 1$ における最大値 M および最小値 m を求めよ。
 (2) (1) で定めた M に対し、次の不等式を示せ。

$$\frac{7}{8}\pi \leq \int_0^{2\pi} \sin(\cos x - x) dx \leq \frac{7}{8}\pi + 4M$$

- 2 n を正の整数とする。座標平面上の $3n$ 個の点がなす集合

$$\{(x, y) \mid x, y \text{ は } 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n \text{ を満たす整数}\}$$

から相異なる 3 点を選ぶ。ただし、どの 3 点も当確率で選ばれるものとする。選んだ 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を p_n とする。

- (1) p_5 を求めよ。
 (2) m を 2 以上の整数とする。 p_{2m} を求めよ。
 3 座標空間内の原点を中心とする半径 5 の球面を S とする。 S 上の相異なる 3 点 P, Q, R が次の条件を満たすように動く。

条件: P, Q は xy 平面上にあり、三角形 PQR の重心は $G(2, 0, 1)$ である。

以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 PQ の中点 M の軌跡を xy 平面上に図示せよ。
 (2) 線分 PQ が通過する範囲を xy 平面上に図示せよ。
 4 (文理共通)
 k を実数とし、座標平面上の曲線 C を $y = x^3 - kx$ で定める。 C 上の 2 点 P, Q に対する以下の条件 (*) を考える。

(*) 原点 O 、点 P 、点 Q は相異なり、 C の O, P, Q における接線のうち、どの 2 本も交わり、そのなす角はすべて $\frac{\pi}{3}$ となる。

ただし、2 直線のなす角は 0 以上 $\frac{\pi}{2}$ 以下の範囲で考えるものとする。

- (1) 条件 (*) を満たす P, Q が存在するような k の範囲を求めよ。
 (2) k が (1) で定まる範囲にあるとする。 P, Q が条件 (*) を満たすように動くとき、 C の O, P, Q における接線によって囲まれる三角形の面積 S の最大値を M 、最小値を m とおく。ただし、3 本の接線が 1 点で交わる時は $S = 0$ とする。 $M = 4m$ となる k の値を求めよ。
 5 複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円を C とする。複素数 α と C 上の点 $P(z)$ に対し、 $w = (z - \alpha)^3$ とおく。 P が C 上を動くときの点 $Q(w)$ の軌跡を D とする。

- (1) $\alpha = -3$ とし, w の偏角を θ とおく. P が C 上を動くとき, $\sin \theta$ がとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) α が次の条件を満たすように動く.

条件: D は実軸の正の部分および負の部分の両方と共有点を持つ.

複素数平面上の点 $R(\alpha)$ が動きうる範囲の面積を求めよ.

- 6 n を正の整数とする. n の正の約数のうち, 3 で割って 1 余るものの個数を $f(n)$, 3 で割って 2 余るものの個数を $g(n)$ とする.
- (1) $f(2800), g(2800)$ を求めよ.
- (2) $f(n) \geq g(n)$ を示せ.
- (3) $g(n) = 15$ であるとき, $f(n)$ がとりうる値を求めよ.

2 京都大学

2.1 文系

前期 数学 (文系) 配点 150 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 13 時 30 分-15 時 30 分実施

- 1 t は $0 < t < 1$ を満たす実数とする. 座標平面において, 円 $C: x^2 + y^2 = 1$ 上で, y 座標が t であり, さらに第 1 象限にある点 P をとる. 点 P における C の接線を l とし, 放物線 $y = 2 - x^2$ と接線で囲まれる図形の面積を S とする. t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき, S の最小値を求めよ.

- 2 (文理共通)

r は正の実数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において, 辺 OA 上に点 P をとる. 点 P が辺 OA 上のどこにあっても, 点 P を中心とする半径 r の球面が, 辺 BC と共有点をもたないような r の範囲を求めよ. ただし, 点 O, A は辺 OA に含まれ, 点 B, C は辺 BC に含まれるとする.

- 3 p は 3 より大きい素数とする.

(1) $2p$ 以上の整数 N は, 0 以上の整数 m と 0 以上の整数 k を用いて

$$N = 3m + pk$$

と表すことができることを示せ.

(2) 0 以上の整数 m と 0 以上の整数 k を用いて

$$N = 3m + pk$$

と表すことができないような 0 以上の整数 N の個数を求めよ.

- 4 実数 x に対して, $l \leq x$ を満たす最大の整数 l を $[x]$ で表す. 正の整数 n に対して,

$$a_n = \sum_{k=1}^n [\log_3 k] \text{ と定める.}$$

(1) a_{26} を求めよ.

(2) N を正の整数とし, $m = 3^N - 1$ とするとき, a_m を N を用いて表せ.

- 5 (文理共通)

n は 3 以上の整数とする. 1 から n までの番号が書かれた n 枚の札が袋に入っている. ただし, 同じ番号が書かれた札はないとする. この袋から 3 枚の札を同時に取り出し, 一番大きな番号を X とする. X の期待値を求めよ.

2.2 理系

前期 数学 (理系) 配点 200 点 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 13 時 30 分-16 時 00 分実施

- 1 a は 1 より大きい実数とし, k は実数とする. $0 < x < 1$ において定義された関数を

$$f(x) = \frac{1}{x^2 \left(\log \frac{a}{x}\right)^2}$$

とおく. $y = f(x)$ と $y = k$ のグラフの共有点がちょうど 2 個存在するような実数の組 (a, k) の集合を, 座標平面上に図示せよ. ただし, $\log x$ は自然対数とする. また, $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ が成り立つことを証明なしに用いてよい.

- 2 (文理共通)

r は正の実数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において, 辺 OA 上に点 P をとる. 点 P が辺 OA 上のどこにあっても, 点 P を中心とする半径 r の球面が, 辺 BC と共有点をもたないような r の範囲を求めよ. ただし, 点 O, A は辺 OA に含まれ, 点 B, C は辺 BC に含まれるとする.

- 3 n は正の整数とする. 整数係数の多項式

$$(x+1)^{2^{n+1}} - (x^2+1)^{2^n}$$

のすべての係数が 2^m で割り切れるような正の整数 m のうち, 最大のものは $n+1$ であることを示せ.

- 4 平面において, 次の条件 (*) を満たす正三角形の 1 辺の長さの最小値を求めよ.

(*) 1 辺の長さが 1 の正方形であって, 4 つの頂点がすべてその正三角形の内部または边上にあるようなものが存在する.

- 5 a は $0 < a < \pi$ を満たす実数とする. 2 つの関数 $y = \sin(x+a)$ と $y = \sin(x-a)$ のグラフの, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分が囲む領域を D_a とする. x 軸のまわりに D_a を 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

- 6 (文理共通)

n は 3 以上の整数とする. 1 から n までの番号が書かれた n 枚の札が袋に入っている. ただし, 同じ番号が書かれた札はないとする. この袋から 3 枚の札を同時に取り出し, 一番大きな番号を X とする. X の期待値を求めよ.

3 東北大学

3.1 文系

前期 数学 (文系等) 試験時間 100 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-11 時 40 分実施

1

3.2 理系

前期 数学 (理系) 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-12 時 30 分実施

1

3.3 後期 (文系)

後期 数学 (文系) 試験時間 100 分 令和 8 年 3 月 12 日 10 時 00 分-11 時 40 分実施

1

3.4 後期 (理系)

後期 数学 (理系) 試験時間 150 分 令和 8 年 3 月 12 日 10 時 00 分-12 時 30 分実施

1

4 大阪大学

4.1 文系

前期 数学 (文系) 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 10 時 00 分-11 時 30 分実施

- 1 正の実数の列 $\{a_n\}$ が次の条件によって定められている.

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = \frac{3^n a_{n+1}^2}{a_n} \quad (= 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $b_n = \log_2 a_{n+1} - \log_2 a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定めるとき, 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.
 (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

- 2 (文理共通)

空間内に 4 点 O, A, B, C があり, $OA = OB = OC = 1$ である. また, $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 60^\circ$ である. t を正の実数とし, 点 D, E は $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = (2t+1)\overrightarrow{OC}$ をみたす点とする. 点 P は $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = -1, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 1$ をみたしていて, さらに 4 点 A, D, E, P は同一平面上にある. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく.

- (1) \overrightarrow{AP} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, t$ を用いて表せ.
 (2) 実数 t が $t > 0$ の範囲を動くとき, $|\overrightarrow{AP}|$ を最小にする t の値と, $|\overrightarrow{AP}|$ の最小値を求めよ.
- 3 a を正の実数とする. 関数 $f(x) = 4ax^3 + \frac{1-a}{a} - 6 \int_{x-1}^x (t^2 + t) dt$ の $0 \leq x \leq 1$ における最小値が正となるような a の値の範囲を求めよ.

4.2 理系

前期 数学 (理系) 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 00 分-11 時 30 分実施

- 1 座標平面において, $y = x - x^3$ で表される曲線を C とする. 実数 s に対して, C 上の点 $(s, s - s^3)$ における C の接線を l_s で表す. t を $0 < t < 1$ をみたす実数とすると, l_0 と l_1 の交点を P , l_0 と l_t の交点を Q , l_1 と l_t の交点を R とし, 三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする.

- (1) $S(t)$ を t の式で表せ.
 (2) 実数 t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき, $S(t)$ を最大にする t の値と, $S(t)$ の最大値を求めよ.

- 2 (文理共通)

空間内に 4 点 O, A, B, C があり, $OA = OB = OC = 1$ である. また, $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 60^\circ$ である. t を正の実数とし, 点 D, E は $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = (2t+1)\overrightarrow{OC}$ をみたす点とする. 点 P は $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = -1, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 1$ をみたして, さらに 4 点 A, D, E, P は同一平面上にある. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく.

- (1) \overrightarrow{AP} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, t$ を用いて表せ.
 (2) 実数 t が $t > 0$ の範囲を動くとき, $|\overrightarrow{AP}|$ を最小にする t の値と, $|\overrightarrow{AP}|$ の最小値を求めよ.

- 3 a を実数とし, 複素数 z に対して

$$f(z) = \frac{(1-ai)z + (1+ai)\bar{z}}{2}$$

とする. ただし, i は虚数単位, \bar{z} は z と共役な複素数である.

- (1) $f(z)$ は実数であることを示せ.
 (2) 実数 a に対して, $|z| = 1$ かつ

$$f(z)\{f(z) - f(i) - 2\} = -2f(i)$$

となるような複素数 z の個数を $N(a)$ とする. $N(a)$ を求めよ.

- 4 実数 x に対して $f(x) = e^{-x} \cos x$ とする. ただし, e は自然対数の底である.

- (1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, 不等式 $1 - x \leq f(x) \leq 1$ が成り立つことを示せ.
 (2) $0 < a \leq \frac{\pi}{2}$ をみたす実数 a に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{(x+a)f(x)}{x^2+a^2} dx$$

とするとき, $\lim_{a \rightarrow +0} I(a)$ を求めよ.

- 5 さいころ 1 個を 3 回連続して投げ, 1 回目に出た目を a , 2 回目に出た目を b , 3 回目に出た目を c とする. このとき, a, b, c のなかで最大の数を m とおき, $x = \frac{(a+b+c)^2}{3abc}$ とおく.

- (1) $a = b = c$ であって, x が整数である確率を求めよ.
 (2) $m = 6$ であって, x が整数である確率を求めよ.
 (3) m が偶数であったとき, x が整数である条件つき確率を求めよ.

5 名古屋大学

5.1 文系

前期 数学 (文科系) 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-11 時 30 分実施

1

5.2 理系

前期 数学 (理科系) 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 26 日 10 時 00 分-12 時 30 分実施

1

6 北海道大学

6.1 文系

前期 数学 (文系) 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 00 分-10 時 30 分実施

1

6.2 理系

前期 数学 (理系) 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 00 分-11 時 00 分実施

- 1 数列 $\{a_n\}$ は次の条件を満たすとする.

$$a_1 = -8, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ.

- (1) $a_n \neq -2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ を示せ.
 (2) $b_n = \frac{1}{a_n + 2}$ とおく. b_{n+1} を b_n で表せ.
 (3) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- 2 関数 $f(x)$ を次によって定める.

$$f(x) = \int_0^x \left\{ \sin(x-t) - \frac{t}{4} \right\}^2 dt$$

次の問いに答えよ.

- (1) $\int_0^x t \sin(x-t) dt$ を x の式で表せ.
 (2) $f(x)$ を求めよ.
 (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$ を求めよ.
- 3 複素数平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C を考える. 次の問いに答えよ.
- (1) C 上の点 α は $|\alpha + \bar{\alpha}| = |\alpha - \bar{\alpha}|$ を満たし, α の偏角 θ は $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ を満たすとする. α を求めよ.
 (2) β は虚部が正の複素数で, $\beta^3 = 1$ を満たすとする. 点 z が β を除く C 上を動くとき, $w(z - \beta) = 1$ を満たす点 w が描く図形を複素数平面上に図示せよ.
- 4 O を原点とする座標空間に 2 点 $P(1, 0, 3), Q(0, 2, 3)$ をとる. 実数 h は $h > 3$ を満たすとし, 点 $C(0, 0, h)$ をとる. 3 点 C, P, Q を通る平面を α とする. さらに, α と x 軸との交点を A , α と y 軸との交点を B とおく, 四面体 $OABC$ の体積を V とする. 次の問いに答えよ.
- (1) A の x 座標を h を用いて表せ.
 (2) V を h を用いて表せ.
 (3) h が $h > 3$ を満たす実数全体を動くとき, V の最小値を求めよ.
- 5 1 個のさいころを投げる試行を繰り返す. 最初の持ち点は 1 とし, 3 の目が出たときは持ち点を 3 倍, 5 の目が出たときは持ち点を 5 倍, 3 と 5 以外の目が出たときは持ち点を 2 倍する. たとえば 3 回試行してでた目が順番に 6, 3, 5 のとき, 持ち点は $1 \times 2 = 2, 2 \times 3 = 6, 6 \times 5 = 30$ と変化し, 最後の持ち点は 30 である. 次の問いに答えよ.
- (1) $n \geq 2$ とする. n 回試行したとき, 最後の持ち点が 4 の倍数となる確率を求めよ.
 (2) 持ち点がはじめて 15 以上となったときに試行を終了する. 終了するまでに試行した回数の期待値を求めよ.

6.3 後期 (理系)

後期 数学 (理系) 試験時間 100 分 令和 8 年 3 月 12 日 12 時 20 分-14 時 00 分実施

1

7 九州大学

7.1 文系

前期 数学(文系) 配点 200 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 00 分実施

1 以下の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 1$ が極値をとるときの x の値を求めよ. また, そのときの極値を求めよ.
- (2) 座標平面上の曲線 $C : y = |x^2 - 1|$ と, 点 $(-1, 0)$ を通る傾き 1 の直線 l を考える. C と l で囲まれる領域の面積を求めよ.

2 座標空間内の 4 点 $O(0, 0, 0), A(1, 1, 1), B(2, 2, 0), C(4, 2, 2)$ と球面

$$S : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$$

を考える. 3 点 A, B, C を通る平面を α とする. また, 点 P は S 上にあり, 以下の 2 つの条件をみたすとする.

- 直線 OP は α と直交する.
- 点 P の y 座標は -1 以下である.

以下の問いに答えよ.

- (1) P の座標を求めよ.
- (2) P から α に下ろした垂線と α の交点を H とする. このとき $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ をみたす実数 s, t を求めよ.
- (3) 四面体 $ABCP$ の体積を求めよ.

3 以下の問いに答えよ.

- (1) $\sqrt{2}$ が無理数であることを示せ.
- (2) n を自然数とする. $(\sqrt{2} + 1)^n + (\sqrt{2} - 1)^n$ が整数となるための, n がみたすべき必要十分条件を求めよ.

4 (文理共通)

$0 < r < 1$ とする. 表が出る確率が r , 裏が出る確率が $1 - r$ の硬貨を投げ, 表が出た場合は白玉を 2 つ横並びに置き, 裏が出た場合は黒玉を 1 つ置く. この容量で硬貨を繰り返し投げ, 左から右に 1 列になるように白玉と黒玉を順に並べていく.

例えば, 3 回硬貨を投げ, 結果が順に「裏, 表, 表」であれば, 左から順に「黒, 白, 白, 白, 白」と 5 つの玉が並ぶ.

n を自然数とする. $n + 2$ 回硬貨を投げたとき, 左から $n, n + 1, n + 2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_n とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) p_1, p_2 を求めよ.
- (2) $n \geq 2$ とする. $n + 2$ 回硬貨を投げたとき, 左から $1, n, n + 1, n + 2$ 番目の玉がすべて黒で

ある確率を p_{n-1} を用いて表せ.

- (3) $n \geq 3$ のとき, p_n を p_{n-2}, p_{n-1} を用いて表せ.
- (4) p_n を求めよ.

7.2 理系

前期 数学 (理系) 配点 250 点 試験時間 150 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 30 分実施

- 1 座標空間内で、原点 O を中心とする半径 3 の球を S とする。また、点 $P(1, 0, \sqrt{3})$ を考え、 T_1 と T_2 を直線 OP と直行する相異なる 2 つの平面とする。 T_1 と S の共通部分を C_1 、 T_2 と S の共通部分を C_2 とし、次の 2 つの条件をみたすとする。

- C_1 と C_2 はどちらも半径 1 の円である。
- C_1 の中心の z 座標は正で、 C_2 の中心の z 座標は負である。

以下の問いに答えよ。

- (1) 円 C_1, C_2 の中心の座標を求めよ。
 - (2) 円 C_1, C_2 を底面とする円柱の側面を平面 $z = 0$ で切る。その切り口の曲線の方程式を求めよ。また、その曲線を図示せよ。
- 2 点 z が複素数平面上の線分

$$z = t + ti \quad \left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \leq t \leq \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right)$$

の上を動くとき、

$$z^2 - wz + 1 = 0$$

をみたす複素数 w を表す点が描く軌跡を C とする。ただし、 i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

- (1) 軌跡 C を複素数平面上に図示せよ。
 - (2) $t = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ のときに複素数 w を表す点を P_1 とし、 $t = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ のときに複素数 w を表す点を P_2 とする。このとき、軌跡 C 、線分 OP_1 、線分 OP_2 で囲まれる領域を虚軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、 O は複素数平面の原点である。
- 3 (文理共通)

$0 < r < 1$ とする。表が出る確率が r 、裏が出る確率が $1 - r$ の硬貨を投げ、表が出た場合は白玉を 2 つ横並びに置き、裏が出た場合は黒玉を 1 つ置く。この容量で硬貨を繰り返し投げ、左から右に 1 列になるように白玉と黒玉を順に並べていく。

例えば、3 回硬貨を投げ、結果が順に「裏、表、表」であれば、左から順に「黒、白、白、白、白」と 5 つの玉が並ぶ。

n を自然数とする。 $n + 2$ 回硬貨を投げたとき、左から $n, n + 1, n + 2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) p_1, p_2 を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ とする。 $n + 2$ 回硬貨を投げたとき、左から $1, n, n + 1, n + 2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_{n-1} を用いて表せ。
- (3) $n \geq 3$ のとき、 p_n を p_{n-2}, p_{n-1} を用いて表せ。

(4) p_n を求めよ.

4 以下の問いに答えよ. ただし, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ が無理数であることは用いてよい.

(1) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ を示せ. また, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数であることを示せ.

(2) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ を解にもち, 係数がすべて有理数の 4 次方程式を 1 つもとめよ. また, その 4 次方程式の解をすべて求めよ.

(3) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ を解にもち, 係数がすべて有理数の 2 次方程式は存在しないことを示せ.

5 関数

$$f(x) = \int_x^{x+1} \log(4t^2 + 1) dt$$

に関して, 以下の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ が極値をとるときの x の値を求めよ. また, そのときの極値を求めよ.

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x\{f(x) - f(x-1)\}$ を求めよ.

8 一橋大学

8.1 前期

前期 数学 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 14 時 00 分-16 時 00 分実施

1 条件

$$\begin{cases} |x^2 - 7x + 1| = y^2 \\ y > 0 \end{cases}$$

を満たす整数の組 (x, y) を求めよ.

2 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt{5}$, および

$$a_{n+2} = a_{n+1} \cdot a_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. $a_n \geq 10^{2026}$ となる最小の n を求めよ.

3 3 次関数 $f(x)$ および実数 α, β は以下の 3 つの条件を満たす.

- (i) $f(x)$ の 3 次の項の係数は 1 である.
- (ii) $f(x)$ は $x = \alpha$ と $x = \beta$ において極値をとる.
- (iii) $-2 \leq \alpha \leq -1$ かつ $1 \leq \beta \leq 2$

このとき, xy 平面上の 2 点 $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$ を通る直線の傾き k のとり得る値の範囲を求めよ.

4 座標空間内に 4 点 $O(0, 0, 0), A(6, 0, 0), B(0, 6, 0), C(0, 0, 6)$ をとる. OA, OB, OC を辺にもつ立方体を K とし, 3 点 $D(0, 2, 6), E(0, 6, 3), F(3, 6, 0)$ を通る平面を α とする. α による K の切り口を底面とし, O を頂点とする錐体の体積を求めよ.

5 4 本のひもがある. 8 つある端から 2 つずつ無作為に選び 4 つの組に分け, 同じ組に属する端どうしを結ぶ. こうしてできる輪の数を N とする. ただし, 輪とは 1 つあるいは複数のひもが結ばれて, ひとつながりになったものをいう. たとえば, 下図のとき, 1 つのひもからなる輪が 2 つ, 2 つのひもからなる輪が 1 つできている. この図では 2 つの輪がからまっているが, $N = 3$ と数える.

- (1) $N = 4$ となる確率を求めよ.
- (2) $N = 1$ となる確率を求めよ.
- (3) N の期待値を求めよ.

8.2 後期

後期 数学 試験時間 120 分 令和 8 年 3 月 12 日 14 時 00 分-16 時 00 分実施

1

9 東京科学大学

9.1 理工学系

前期 数学 (理工学系) 配点 300 点 試験時間 180 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 30 分-12 時 30 分実施

- 1 (1) x は無理数であり, 有理数 a, b および正の整数 n による $x = a + b\sqrt{n}$ と表されるとする.
このとき, $x^2 + px + q = 0$ が成り立つような有理数 p, q を求めよ. また, そのような有理数 p, q の組はただ一つに限ることを示せ.
- (2) x は無理数であり, 有理数 a, b および正の整数 n により $x = a + b\sqrt[3]{n}$ と表されるとする.
このとき, $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ が成り立つような有理数 p, q, r を求めよ. また, そのような有理数 p, q, r の組はただ一つに限ることを示せ.

- 2 n は 4 以上の整数であり, x, y, z はすべて正の整数であるとする.

- (1) $1 \leq r < n$ をみたま整数 r に対して,

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

および

$${}_{n+1}C_{r+1} = \sum_{k=r}^n {}_kC_r$$

が成り立つことを示せ.

- (2) 空間の点 (x, y, z) で,

$$x + y + z < n$$

をみたすものの個数を n を用いて表せ.

- (3) 空間の点 (x, y, z) で,

$$x + y + z = 3n \quad \text{かつ} \quad x < y < z$$

をみたすものの個数を n を用いて表せ.

- 3 a と b を正の実数とし, 座標平面の 3 点 $O(0, 0), A(a, 0), B(0, b)$ を考える. AB の中点を C , AC の中点を P とし, $\triangle BCO$ の外心を Q とする.

- (1) 2 点 P, Q のそれぞれの座標を a と b を用いて表せ.
- (2) 2 点 O, A を通る直線上の点 R で, $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ をみたすものすべてについて, それぞれの座標を a と b を用いて表せ.
- (3) (2) の条件をみたす点 R で,

$$\triangle PQR \sim \triangle ABO, \quad \triangle QPR \sim \triangle ABO$$

のうち少なくとも一方が成り立つようなものをすべて求めよ.

- 4 i を虚数単位とする. 実数 θ に対して複素数 $e(\theta)$ を

$$e(\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$$

で定める. 正の整数 n に対し, 複素数平面上の点 $e\left(\frac{n-1}{3}\pi\right)$ と点 $e\left(\frac{n}{3}\pi\right)$ を通る直線を l_n とする. 複素数 z に対し, 直線 l_n に関して点 z と対称な位置にある点を表す複素数を $R_n(z)$ とする.

- (1) 複素数 z と共役な複素数を \bar{z} とする. このとき,

$$R_n(z) = e(\theta_1)\bar{z} + \sqrt{3}e(\theta_2)$$

をみたす実数 θ_1, θ_2 をそれぞれ n を用いて表せ.

- (2) 実数 a, b に対して,

$$z_1 = a + bi, \quad z_{n+1} = R_n(z_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる複素数の列 $\{z_n\}$ の一般項を求めよ.

- 5 n, k を正の整数とする. 次の不等式をみたす最小の k を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{100} x^k e^{-x} \sin^2(nx) dx > 10$$

ただし, e は自然対数の底であり, $e > 2$ をみたす.

9.2 医歯学系 (医)

前期 数学 (医歯学系・医学部) 配点 120 点 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 30 分-11 時 00 分実施

1

9.3 医歯学系 (歯)

前期 数学 (医歯学系・歯学部) 配点 120 点 試験時間 90 分 令和 8 年 2 月 25 日 09 時 30 分-11 時 00 分実施

1

10 神戸大学

10.1 文系

前期 数学 (文科系) 配点 75 点 試験時間 80 分 令和 8 年 2 月 25 日 11 時 50 分-13 時 10 分実施

- 1 $y = x^3$ のグラフを C とする. C 上の点 $P(-1, -1)$ を通る直線 l が C と相異なる 3 つの共有点 P, A, B をもつように動くとする. l の方程式を $y = ax + t$ とする. 以下の間に答えよ.
- (1) t のとりうる値の範囲を求めよ.
 - (2) A の x 座標を α とし, B の x 座標を β とする. $\alpha\beta$ と $\alpha^2 + \beta^2$ を t を用いて表せ.
 - (3) A における C の接線を ℓ_A とし, B における C の接線を ℓ_B とする. ℓ_A と ℓ_B の交点 Q の軌跡を求め, 図示せよ.

- 2 (文理一部共通)

1 個のさいころを 3 回続けて投げ, 出た目の数を順に a, b, c とおく. 多項式 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 3x + b, \quad g(x) = x^2 + cx + 1$$

とし, $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの余りを $r(x)$ とおく. 以下の間に答えよ.

- (1) $r(x)$ が 0 である確率を求めよ.
 - (2) $r(x)$ が 0 でなく, かつ, $r(x)$ の次数が 0 である確率を求めよ.
 - (3) $r(0)$ が奇数である確率を求めよ.
 - (4) $r(0)$ が奇数であり, かつ, $r(1)$ が偶数である確率を求めよ.
- 3 一辺の長さが 1 の正六角形 $ABCDEF$ がある. 以下では三角形および四角形は, すべての頂点が A, B, C, D, E, F のいずれかである三角形および四角形のみとする. 三角形全体の集合を T とする. 長さの等しい辺がちょうど 3 本ある四角形全体の集合を Q_1 とし, 長さの等しい辺が 2 本ずつ 2 組ある四角形全体の集合を Q_2 とする. 要素の個数が有限個である集合 S の要素の個数を $n(S)$ で表す. 以下の間に答えよ.

- (1) $n(T)$ を求めよ.
- (2) $n(Q_1)$ および $n(Q_2)$ を求めよ.
- (3) 「四角形 $B_1B_2B_3B_4$ は三角形 $A_1A_2A_3$ を含む」とは

$$\{A_1, A_2, A_3\} \subset \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$$

が成り立つこととする.

各三角形 $X \in T$ に対し, 集合 $S_1(X)$ と $S_2(X)$ を

$$S_1(X) = \{Y \mid Y \in Q_1 \text{ かつ } Y \text{ は } X \text{ を含む}\}$$

$$S_2(X) = \{Y \mid Y \in Q_2 \text{ かつ } Y \text{ は } X \text{ を含む}\}$$

と定める. 各三角形 $X \in T$ に対して, $n(S_1(X))$ と $n(S_2(X))$ を求めよ.

10.2 理系

前期 数学 (理科系) 配点 150 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 11 時 50 分-13 時 50 分実施

1 (文理一部共通)

1 個のサイコロを 3 回続けて投げ、出た目の数を順に a, b, c とおく. 多項式 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 3x + b, \quad g(x) = x^2 + cx + 1$$

とし, $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの余りを $r(x)$ とおく. 以下の間に答えよ.

- (1) $r(x)$ が 0 である確率を求めよ.
- (2) $r(x)$ が 0 でなく, かつ, $r(x)$ の次数が 0 である確率を求めよ.
- (3) 方程式 $g(x) = 0$ が有理数の解をもつ確率を求めよ. ただし, 50 以下の正の整数 n に対し, n が 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 のいずれとも異なるならば, \sqrt{n} が無理数であることを必要に応じて用いてよい.
- (4) $r(x)$ の次数が 1 であり, かつ, $g(x)$ が $r(x)$ で割り切れる確率を求めよ.

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin(\log x) \cos(\log x) \quad (1 \leq x \leq e^\pi)$$

と定める. 以下の間に答えよ.

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形を図示せよ. グラフの凹凸は調べなくてよい.
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分のうち, $y \geq 0$ である部分の面積を求めよ.

3 整数 m が性質 P をみたすとは,

$$m = |z^2|$$

が成り立つような実部と虚部が共に整数である複素数 z が存在することとする. 以下の間に答えよ.

- (1) 性質 P をみたす整数 m で $30 < m < 40$ をみたすものをすべて挙げよ.
- (2) 性質 P をみたす整数 2 つの積は, 性質 P をみたすことを証明せよ.
- (3) 4 で割った余りが 3 であるような整数は, 性質 P をみたさないことを証明せよ.

4 $0 \leq a \leq \pi$ とする. 関数 $f(x)$ は x の連続関数とし,

$$g(x) = \int_a^x f(t) \sin(x-t) dt$$

とおく. 以下の間に答えよ.

- (1) $g'(a)$ を求めよ.
- (2) $g''(x)$ を $f(x)$ と $g(x)$ を用いて表せ.
- (3) 条件「 $g(x) = \sin x - \sin^2 x$ 」は, 条件「 $f(x) = \sin^2 x - 2 \cos^2 x$ かつ $a = \frac{\pi}{2}$ 」であるための必要十分条件であることを証明せよ.

5 r を正の実数とする. 複素数 α が

$$(1 + r^2)\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0$$

をみたすとする. 複素数平面上の3点 $O(0)$, $A(\alpha)$, $B(1)$ について以下の問に答えよ.

- (1) 次の条件をみたす円 C が存在することを証明し, C の中心を表す複素数と C の半径を求めよ.

条件「すべての正の実数 r に対して, A は C 上にある.」

- (2) $t > 0$ とし, $r = te^{-t}$ とする. $t > 0$ における $\triangle OAB$ の面積の最大値とそれを与える t を求めよ.

10.3 後期 (理系)

前期 数学 (理科系) 配点 150 点 試験時間 120 分 令和 8 年 2 月 25 日 11 時 50 分-13 時 50 分実施

1