

集合論 位相空間論 圏論

線形代数学 群論 環論 体論 ガロア理論 表現論 整数論

微分積分学 ベクトル解析学 複素解析学 常微分方程式論 偏微分方程式論

ルベーグ積分論 フーリエ解析学 関数解析学 確率論

位相幾何学 微分幾何学 代数幾何学 結び目理論

統計学 グラフ理論 計算機科学 数学基礎論

今回は、これから大学数学を学ぶ方に向けて、
各分野の全体像の簡単な解説と、

集合論 位相空間論 圏論

線形代数学 群論 環論 体論 ガロア理論 表現論 整数論

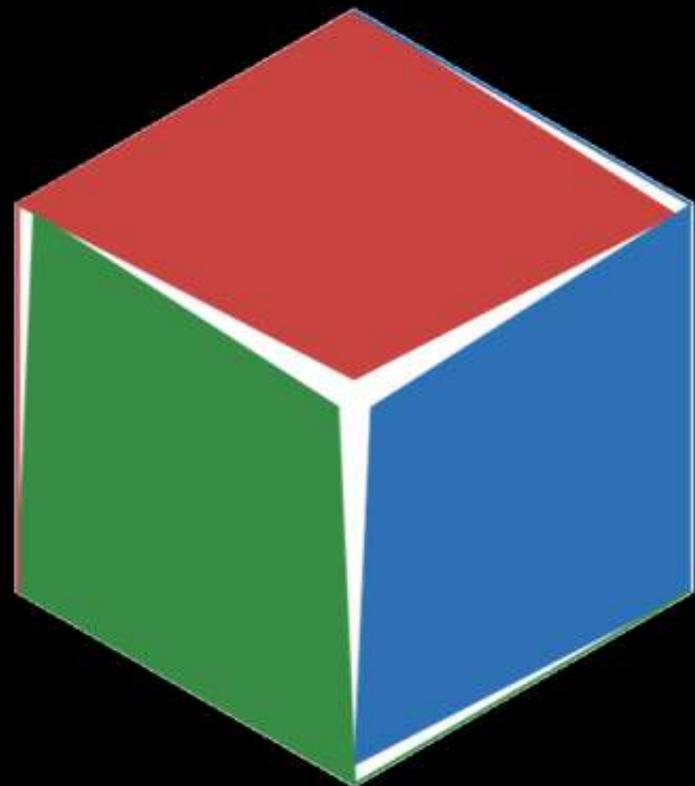
微分積分学 ベクトル解析学 複素解析学 常微分方程式論 偏微分方程式論

ルベーグ積分論 フーリエ解析学 関数解析学 確率論

位相幾何学 微分幾何学 代数幾何学 結び目理論

統計学 グラフ理論 計算機科学 数学基礎論

おすすめの数学書を紹介していきたいと思います。



MathAbyss

MathAbyss

数学書ガイド2026

—線形代数・微分積分・位相空間 編—

線形代数 微分積分

まずは、多くの大学生が学ぶ2つの分野である、
線形代数と微分積分に加えて、

線形代数 微分積分 集合・位相

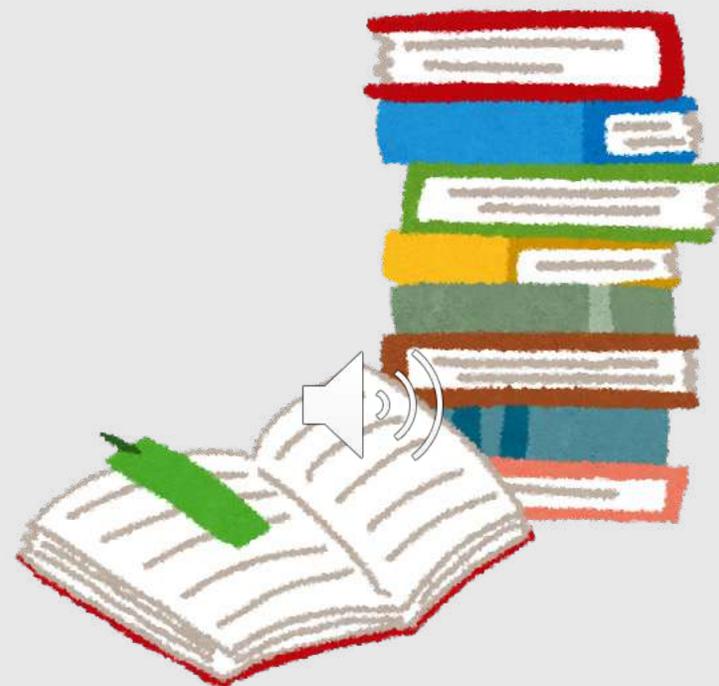
現代数学の基礎である，集合と位相をピックアップして，
おすすめの数学書を紹介していきます。

群論 環論 体論 ガロア理論
ベクトル解析学 複素解析学 微分方程式論
ルベーグ積分論 フ^{スピーカー}リエ解析学 確率論
位相幾何学 微分幾何学 統計学

後日，他の分野の数学書についても紹介しようと思っています。



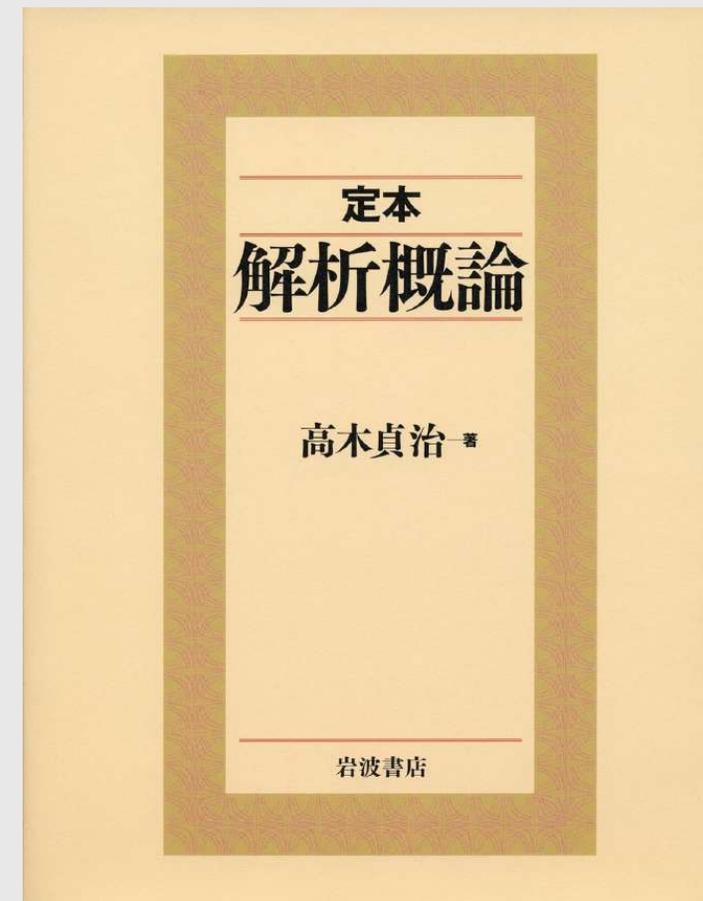
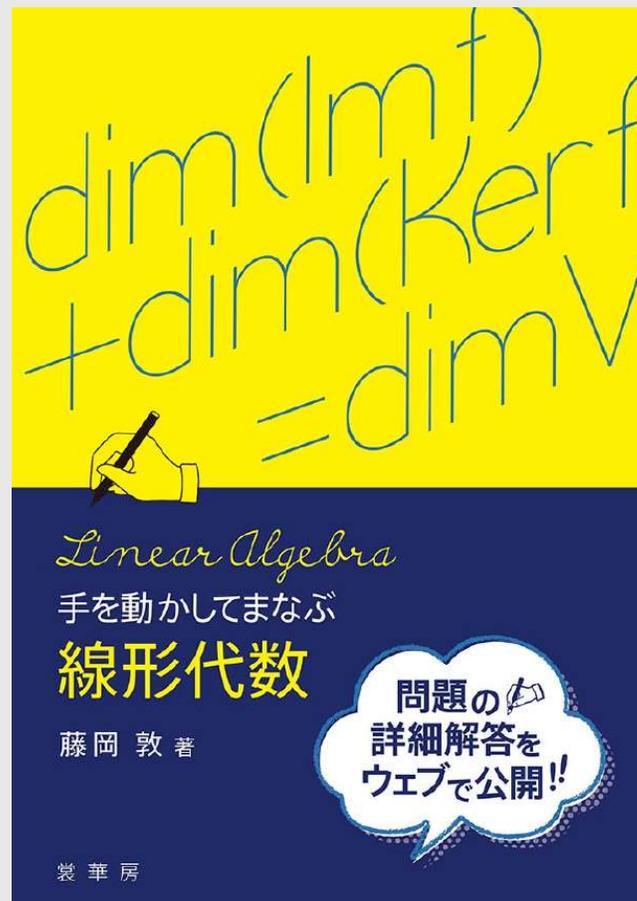
本題に入る前に，断りを入れておきます。



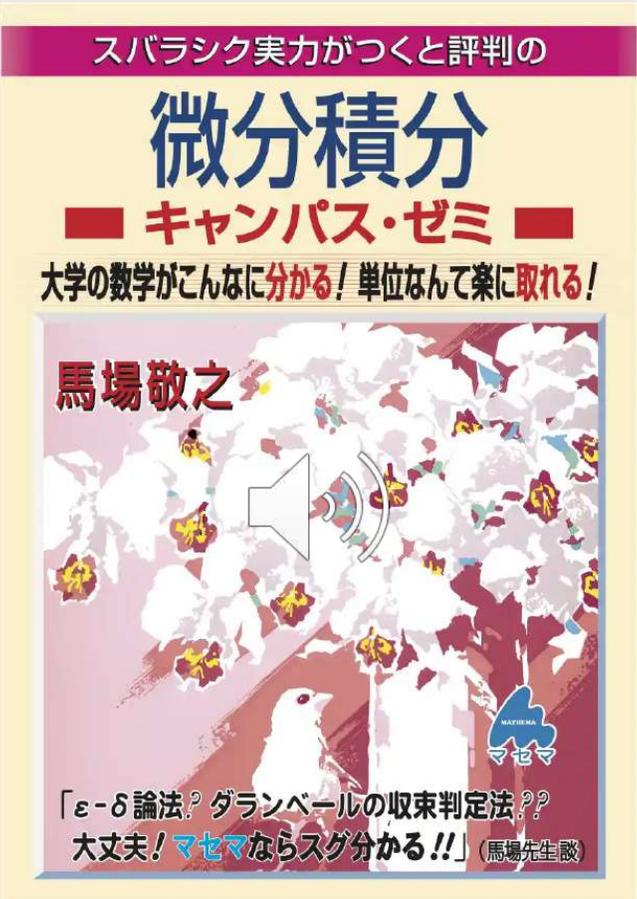
この動画で取り上げる，線形代数，微分積分，集合と位相については，
非常にたくさんの書籍が出版されています。



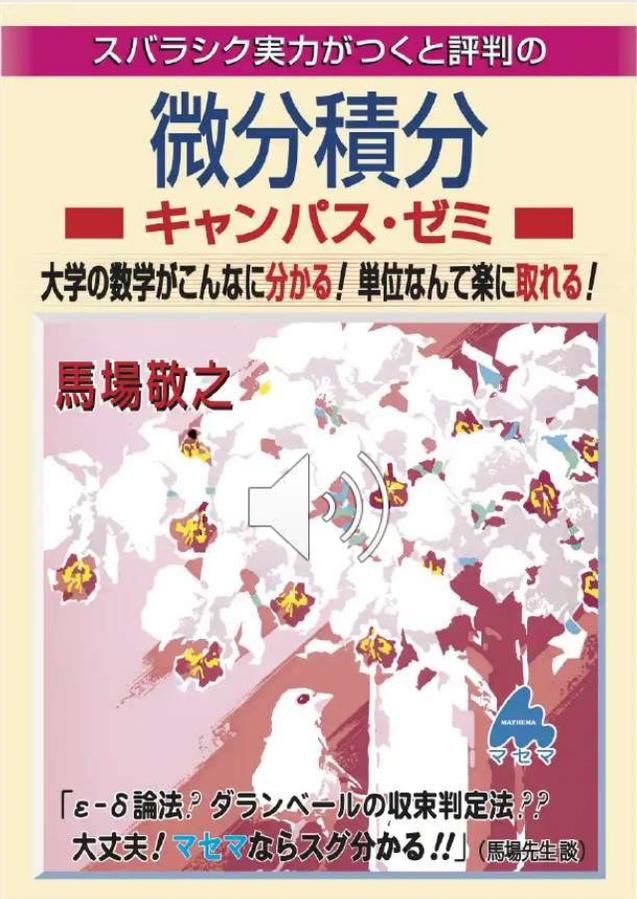
この分野に限った話ではありませんが、
当然、すべての数学書をリサーチしているわけではありませぬので、
ご了承ください。



また、数学書には、様々なタイプがあります。



まず、理工系の学生におすすめの、非数学科向けの書籍です。



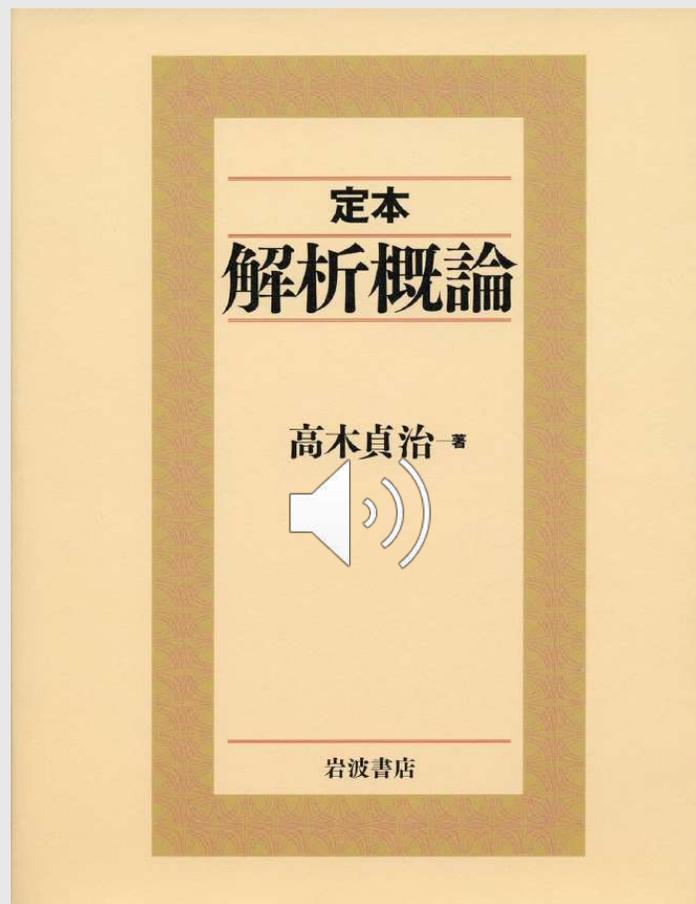
**これは，厳密な証明などを省略し，問題に対する解法や，
計算方法をマスターすることに適している数学書です。**



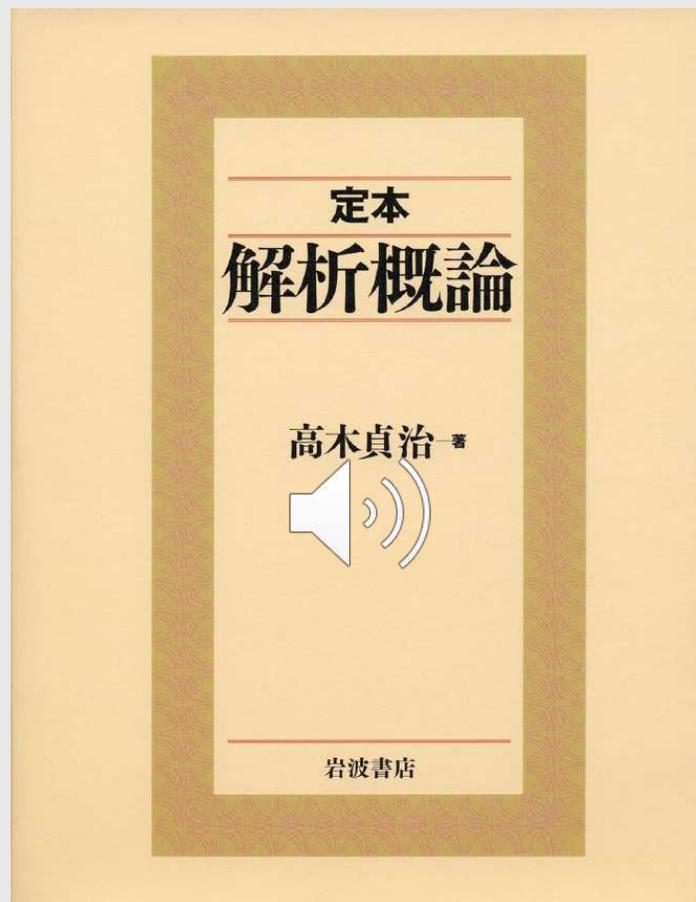
次に，数学科の学生も問題なく使える，解説が丁寧な書籍です．



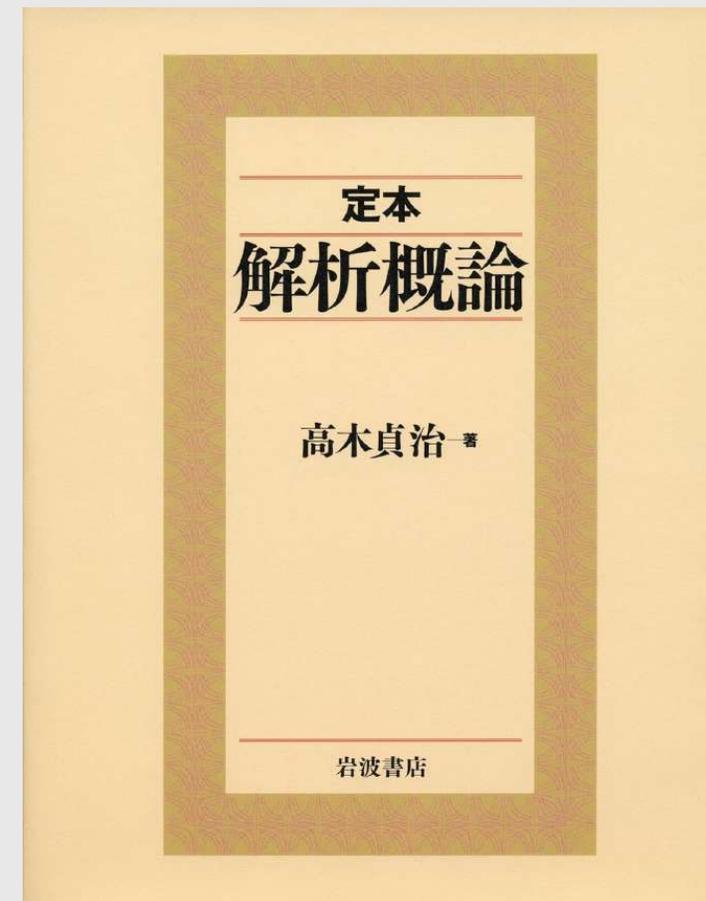
これは，行間がある程度埋められており，
比較的最近出版されたものが多いです。



そして、数学科以外の方にはおすすりめしない、昔からある定番の書籍です。



これは、詳細な内容まで網羅している一方で、
読み切る難易度が高い数学書です。



この動画では、レベル別にいくつかの数学書を紹介していますので、
ご自身に合ったものをご購入ください。



概要欄には，この動画で紹介するすべての書籍の
購入リンクを貼ってありますので，ぜひご利用ください。



ただし、レベルについては、内容や読みやすさなど、
総合的に判断して勝手に分類したものですので、ご注意ください。

1. イントロダクション
2. 線形代数学
3. 微分積分学
4. 集合論・位相空間論
5. まとめ

この動画は，このような構成になっています。

1. イントロダクション
2. 線形代数学
3. 微分積分学
4. 集合論・位相空間論
5. まとめ

前置きが長くなってしまいましたが、いよいよ本編のスタートです!

2. 線形代数学

1. 線形代数学とは
2. **線形代数学**
3. 初級レベルの本
4. 上級レベルの本

2. 線形代数学

1. 線形代数学とは
2. 初級レベルの本
3. 中級レベルの本
4. 上級レベルの本

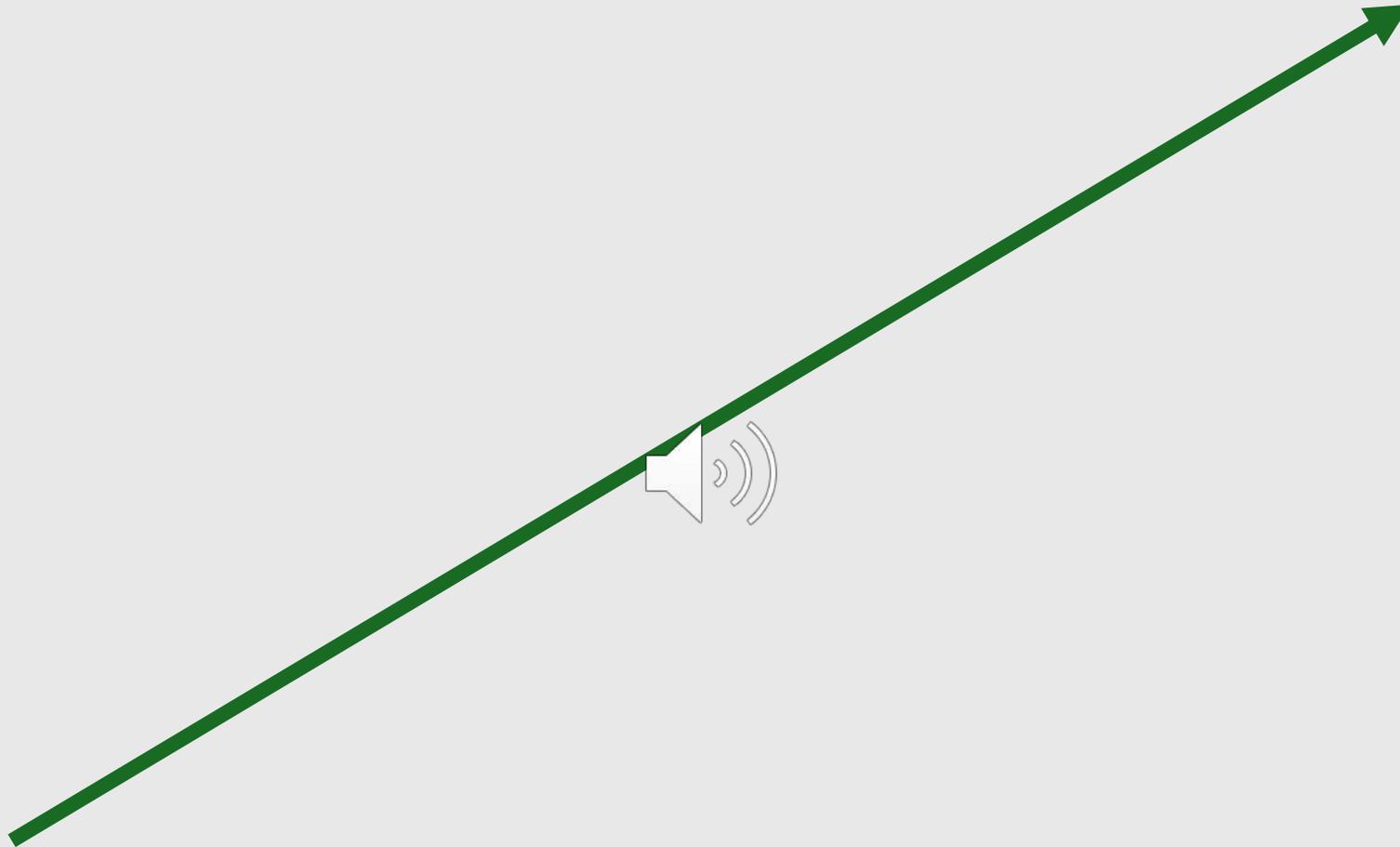
まずは、線形代数について紹介していきます。

線形代数学とは

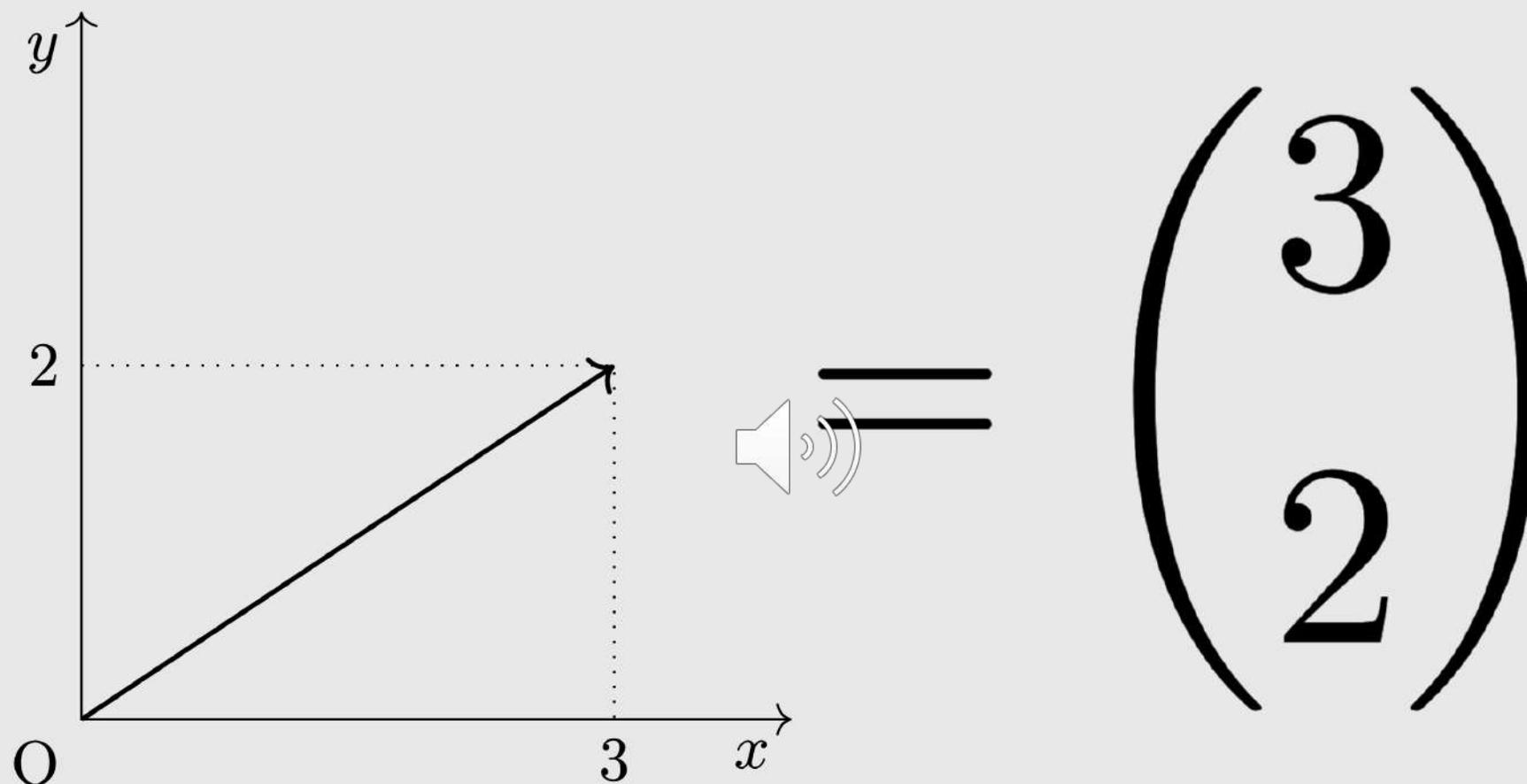
そもそも，線形代数学とは，どのような数学の分野なのでしょう？

ベクトル 線形代数学

「線形代数学は高校数学のベクトルの延長だ」とよく言われます。



ベクトルとは，向きと大きさを持つもののことでした。

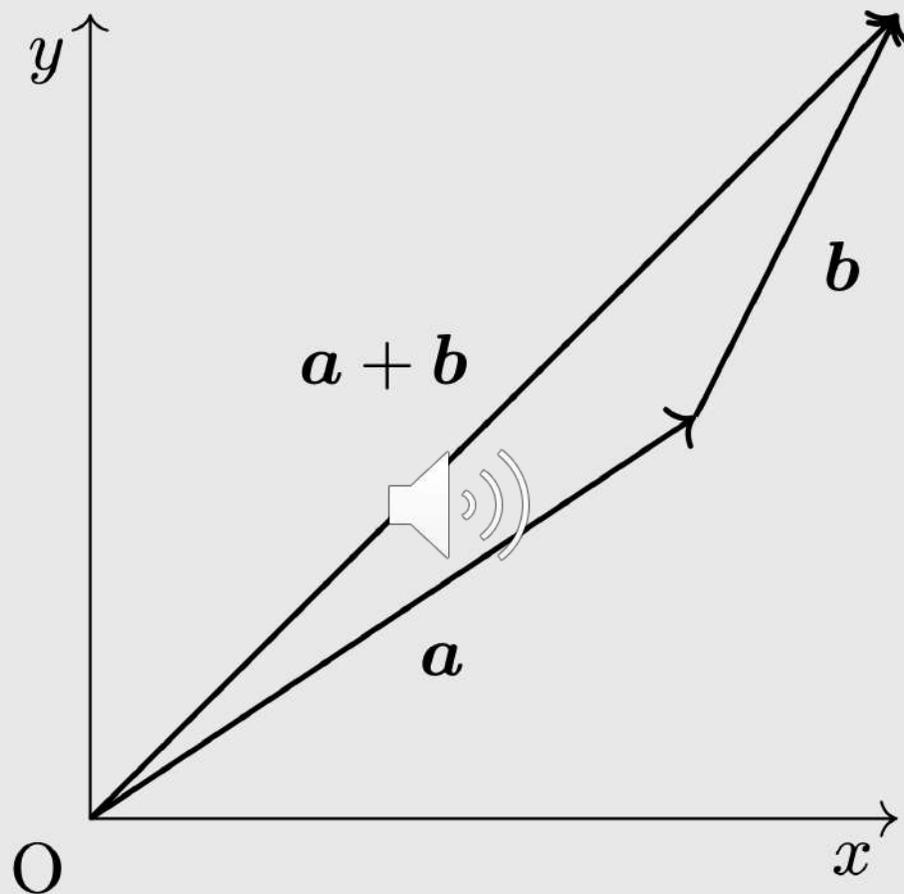


一方で、ベクトルを成分表示することで、
数の組として捉えることができます。

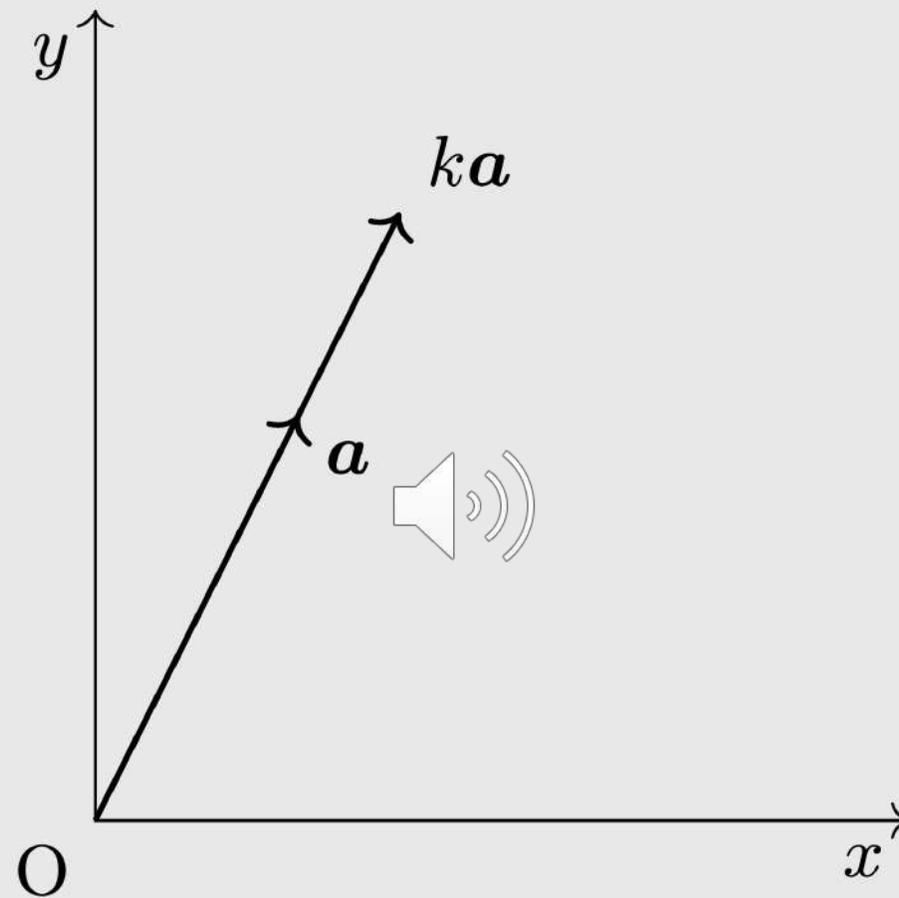
$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$$

$$k \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$$

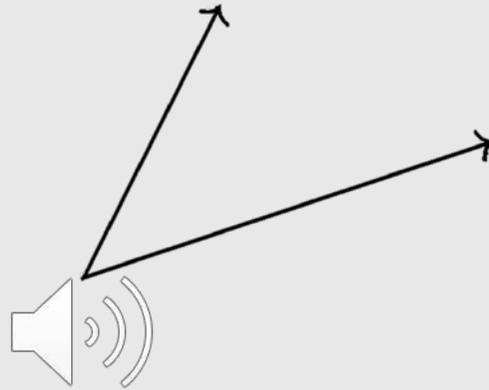
ベクトルの基本的な演算として、和とスカラー倍があります。



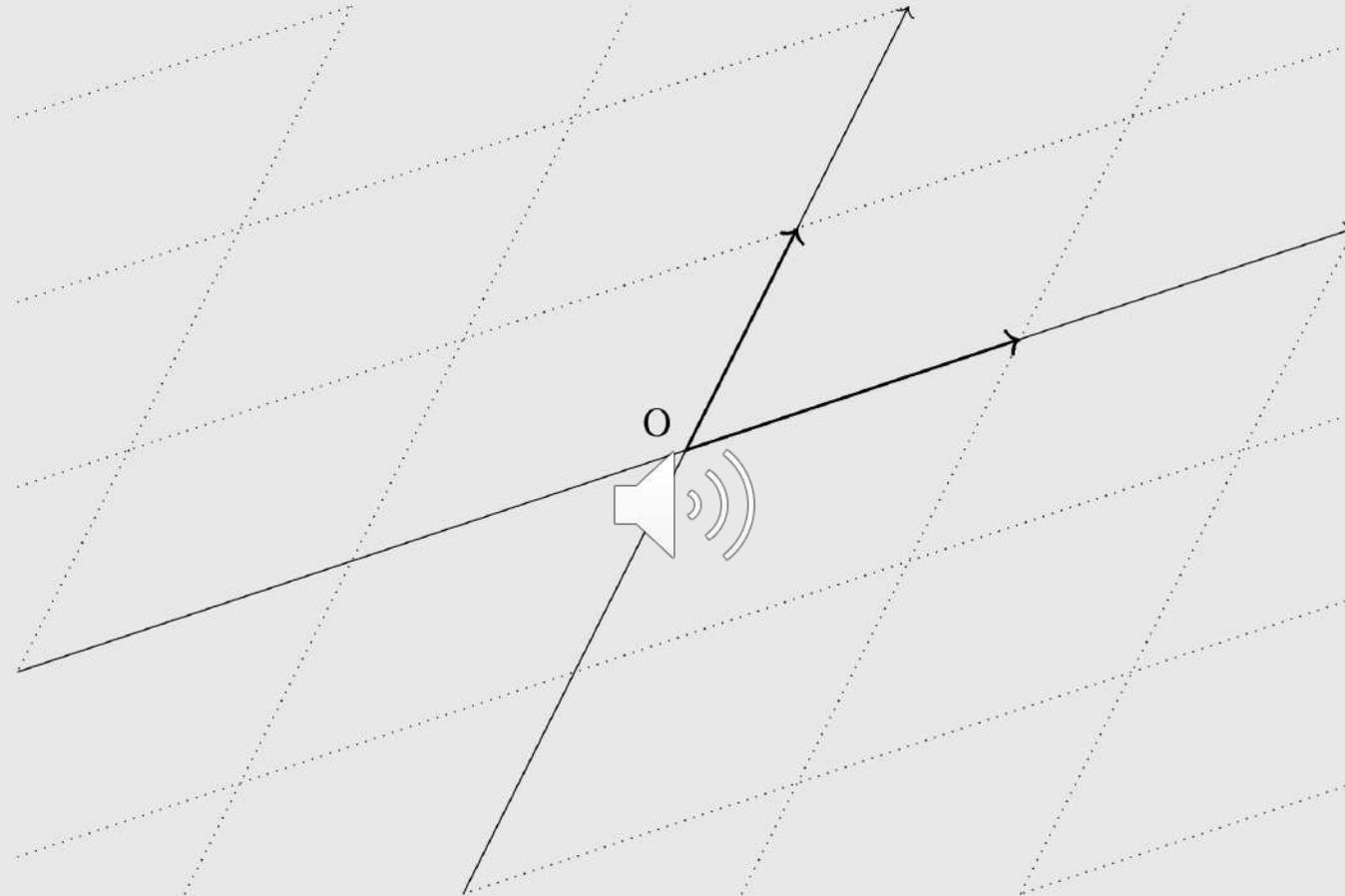
2つのベクトルを足すことによって、
新たな方向のベクトルが得られることがある一方で、



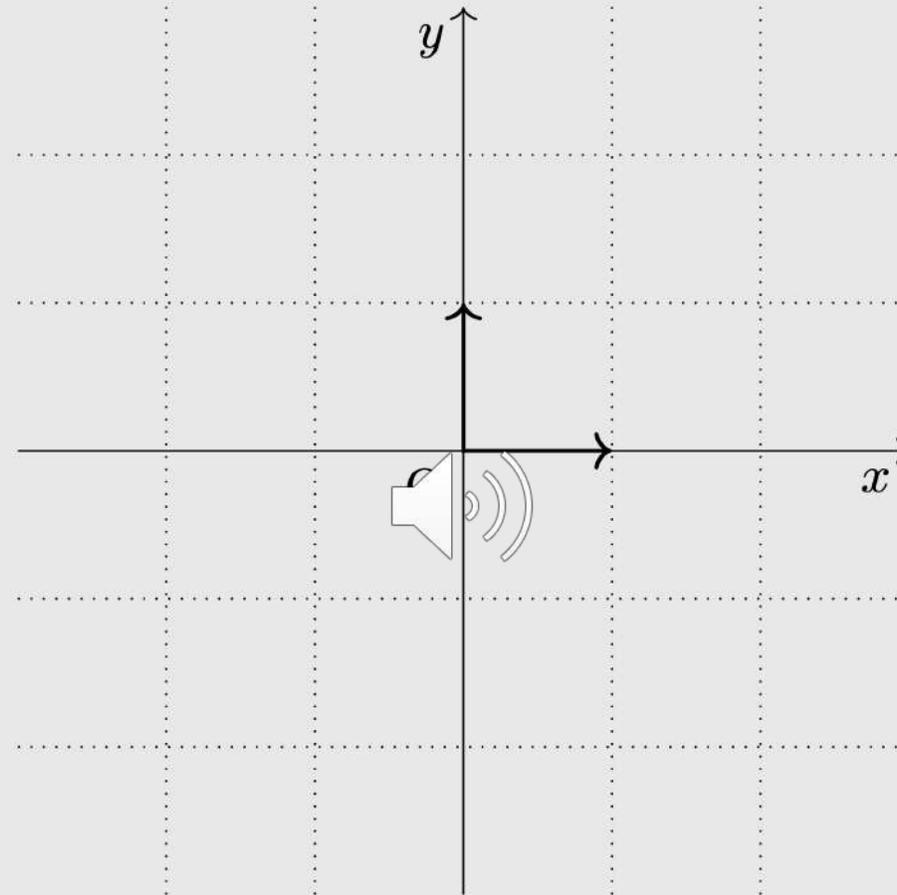
ベクトルのスカラー倍は，その方向を保ちます。



方向の異なるベクトルの組を1次独立であるといい、



1次独立であるベクトルは、
それらを基底とするベクトル空間を生成します。

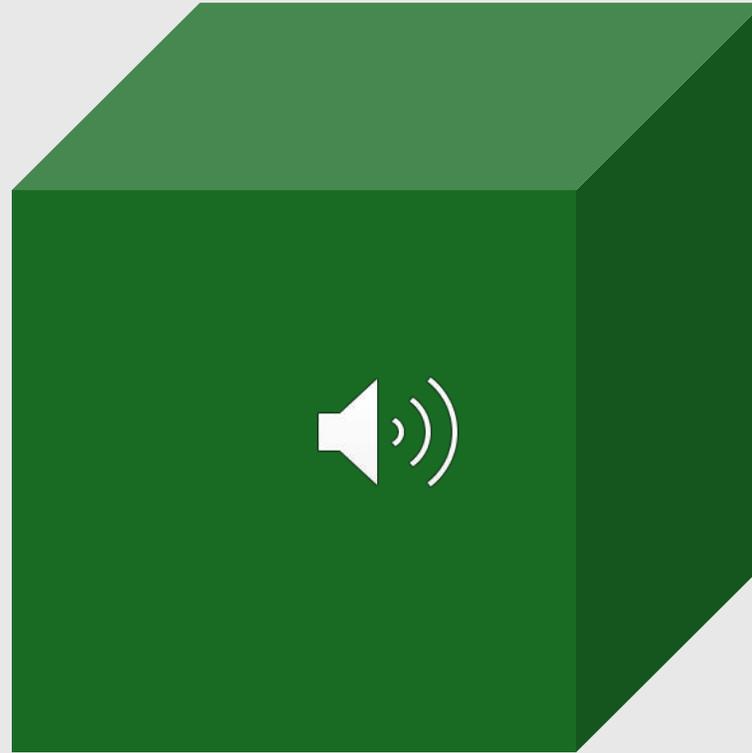


例えば，直交座標平面は， x 軸の正の向きの単位ベクトルと， y 軸の正の向きの単位ベクトルを基底とするベクトル空間です。

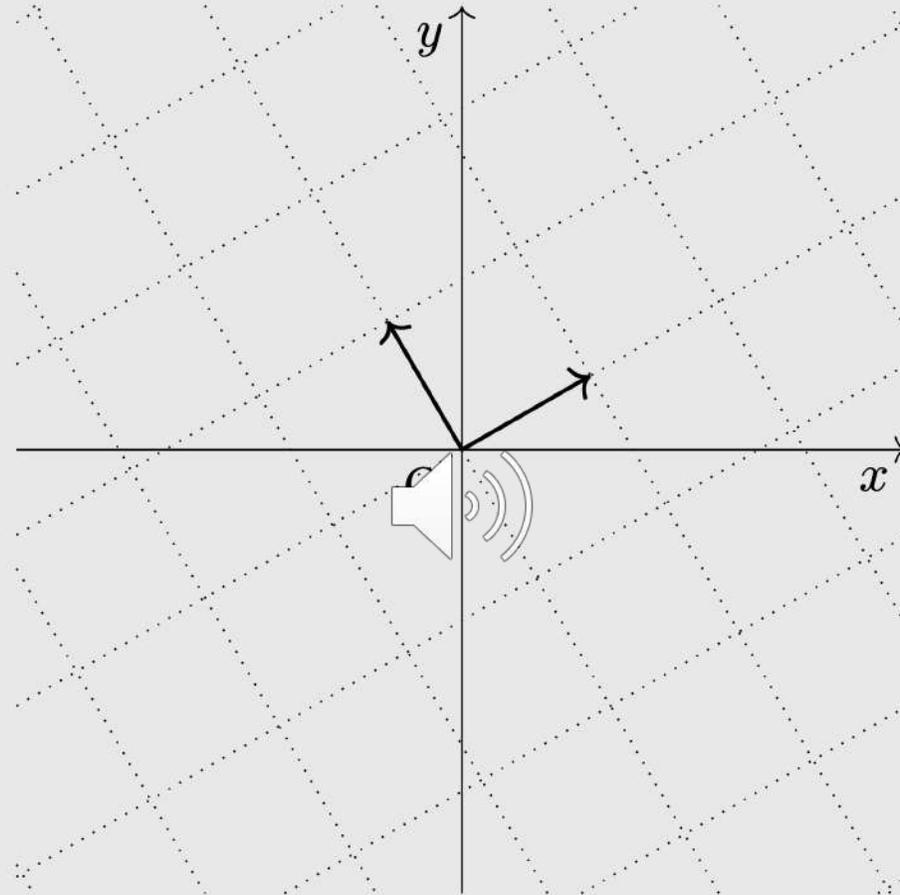
※有限次元ベクトル空間の場合

次元：ベクトル空間の基底の本数

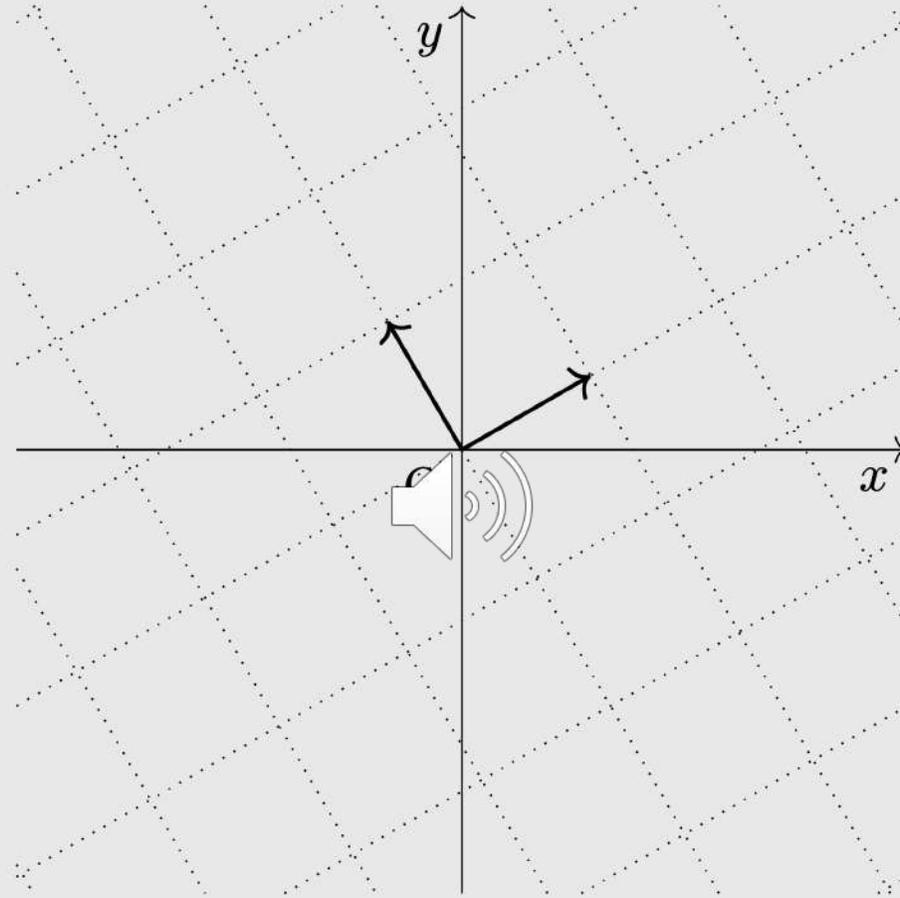
ベクトル空間の基底の本数は，基底の取り方に依らないことが分かり，
その本数を次元と呼びます。



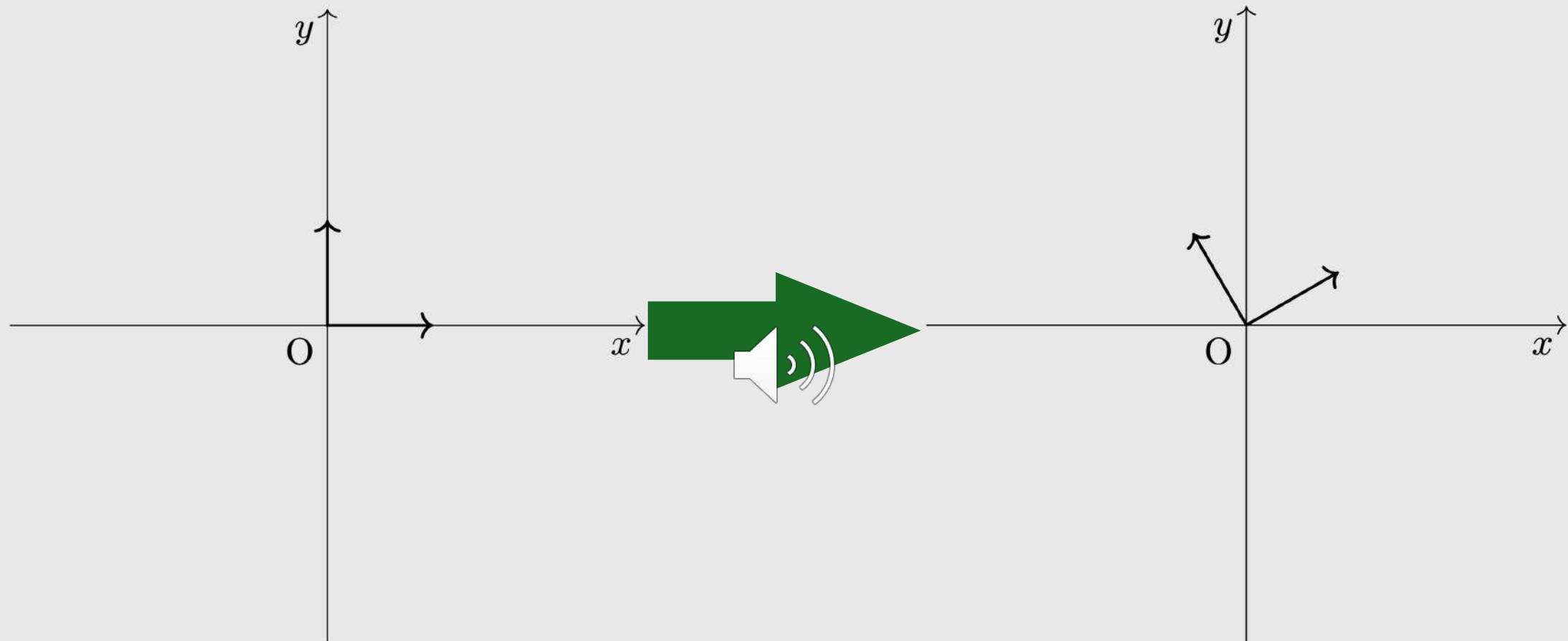
私たちはこの世界を3次元空間と認識しています。
これは、「縦」「横」「高さ」の3方向の基底を取ることができるからです。



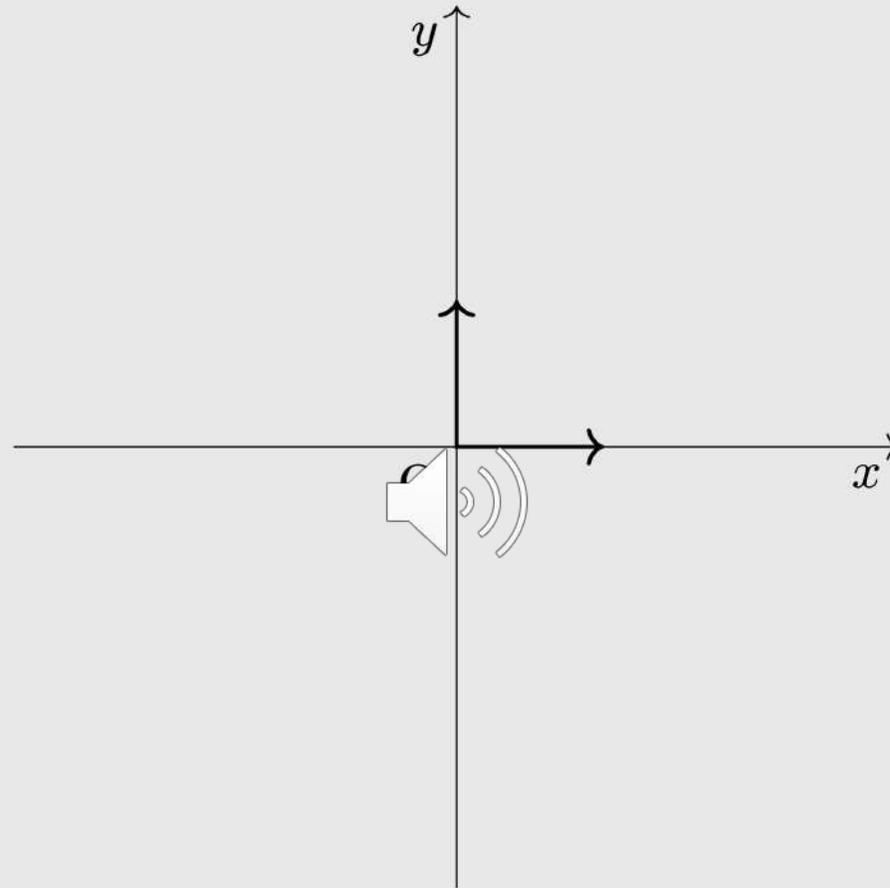
さて，2次元平面を変形することを考えてみましょう。
例えば，対称移動，回転移動，拡大縮小などがあります。



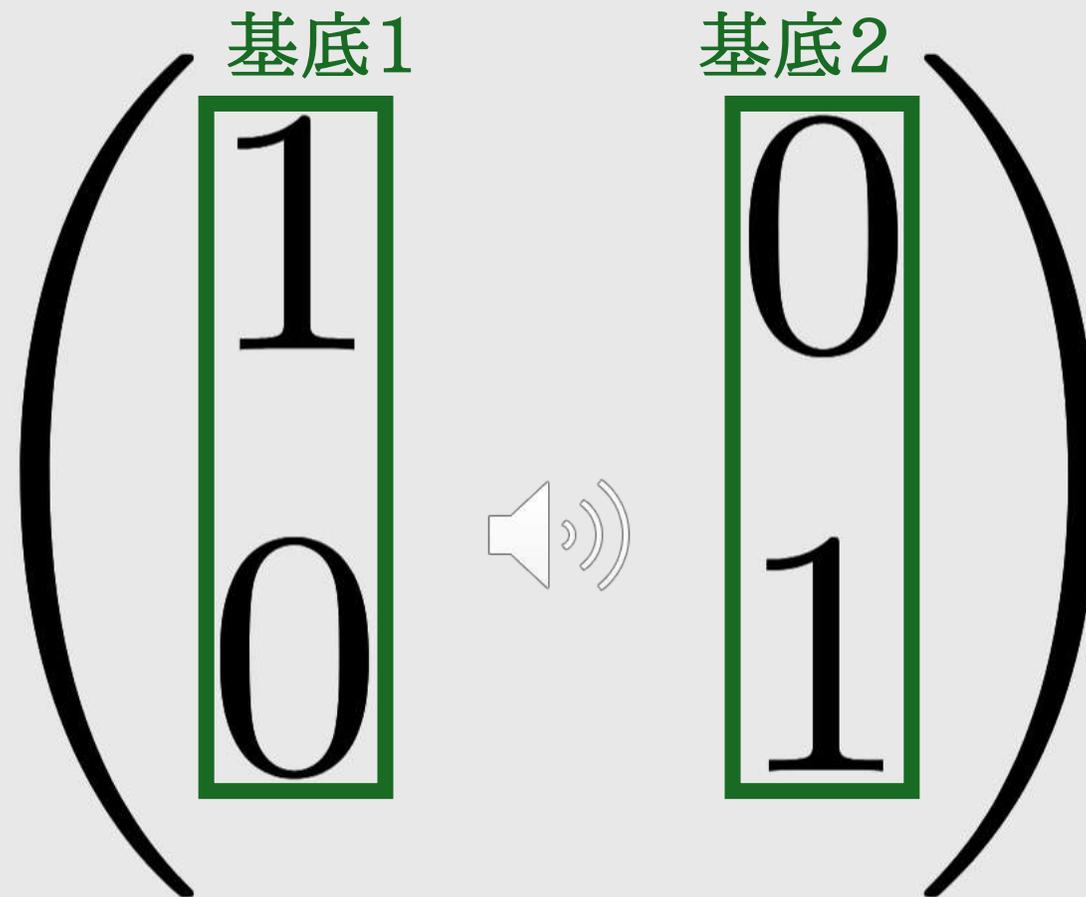
これらの変形によって、平面ベクトルはどのように変化するのでしょうか。



実は、対称移動，回転移動，拡大縮小などの一部の変形は，
基底ベクトルの変化を見るだけで良いのです。



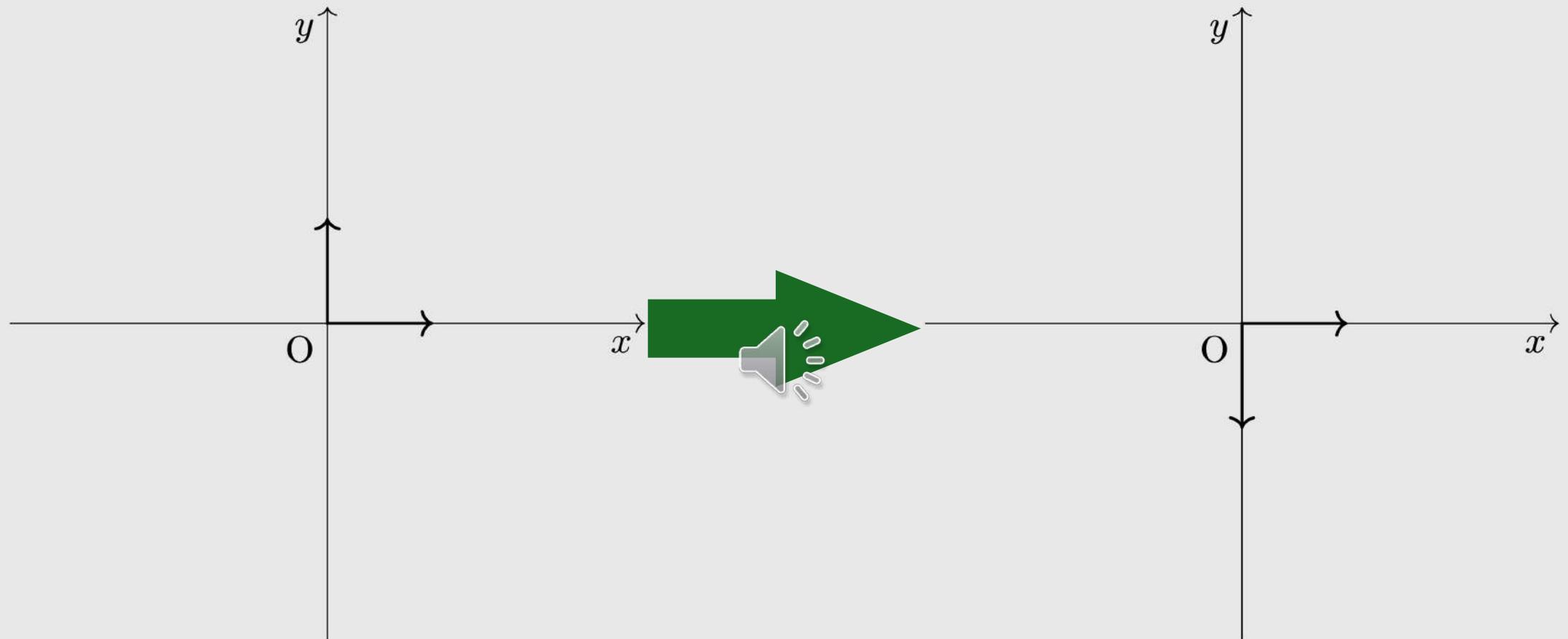
まず、基底を最もシンプルに、このように取りましょう。

$$\left(\begin{array}{c|c} \text{基底1} & \text{基底2} \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right)$$


基底はベクトルの組なので、
このように縦に2つ並べて表現すると便利です。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$


最も基本的な基底を表すこの行列は，単位行列と呼ばれています。



x 軸に関して対称移動すると、
 y 軸方向の基底ベクトルの向きが逆になるため、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

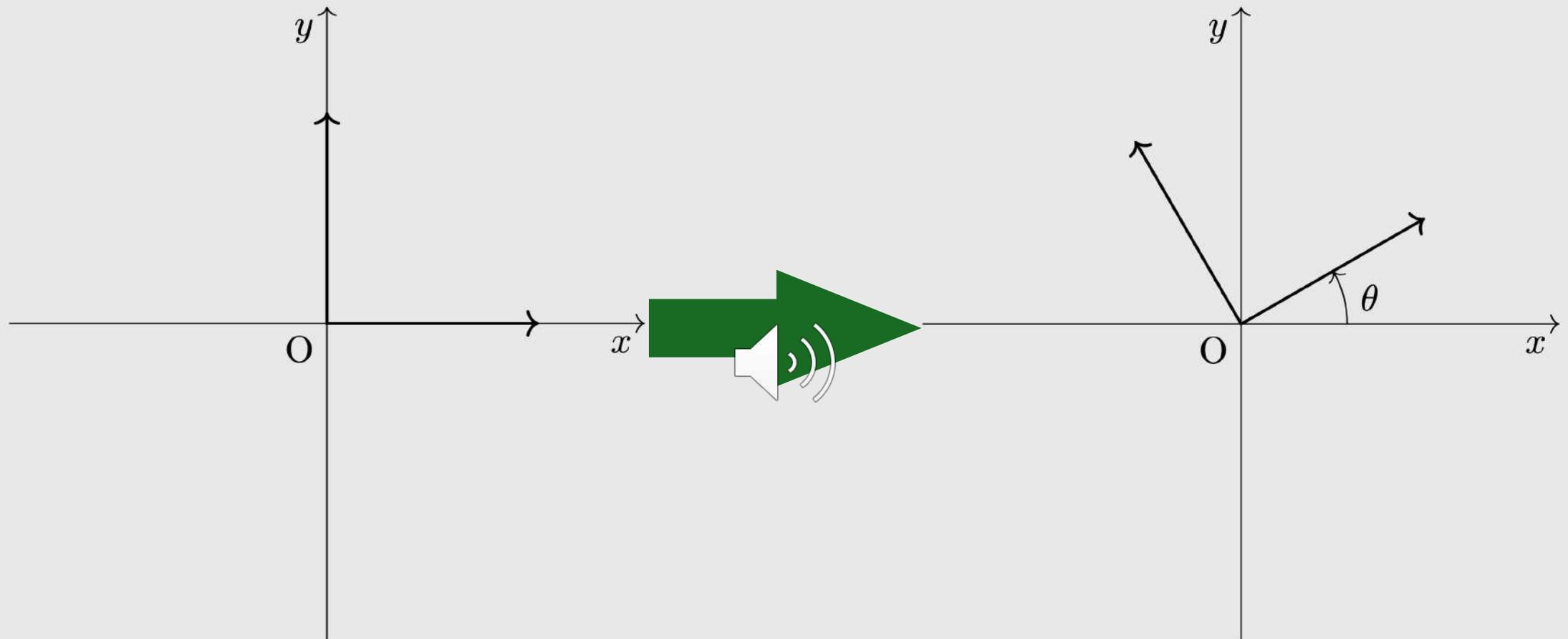

このときの基底ベクトルを並べた行列が，この移動を表す行列になります。

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

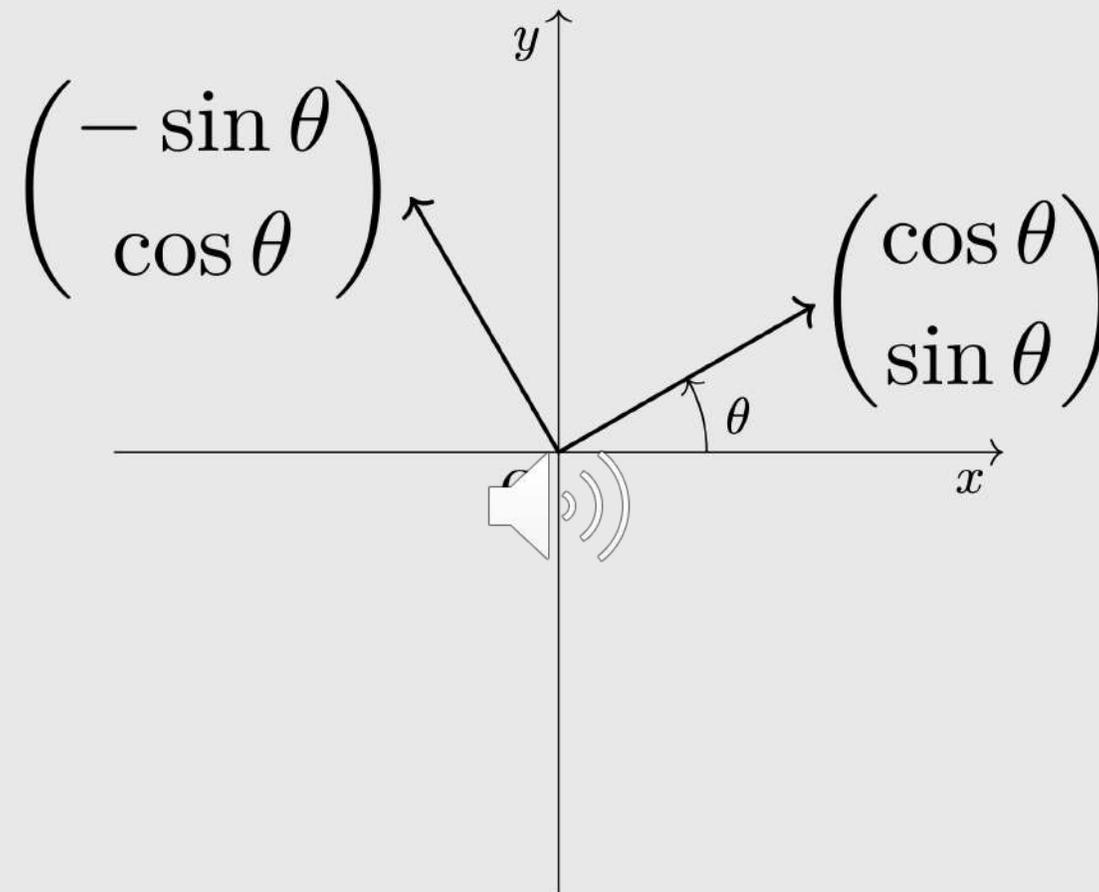
同様に、 y 軸に関する対称移動を表す行列はこのようになり、

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$


原点を中心とする対称移動を表す行列は、このようになります。



また，原点を中心として，反時計回りに θ だけ回転移動すると，

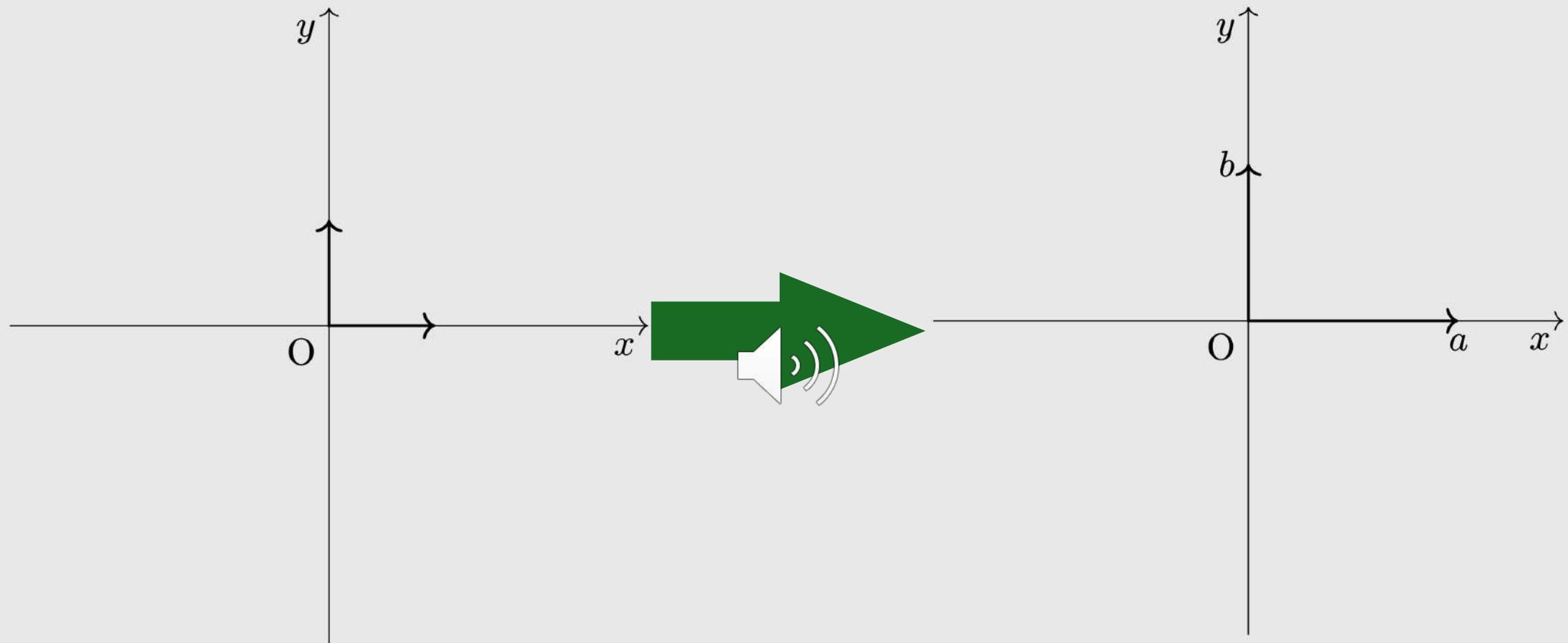


基底ベクトルはこのようになるため、

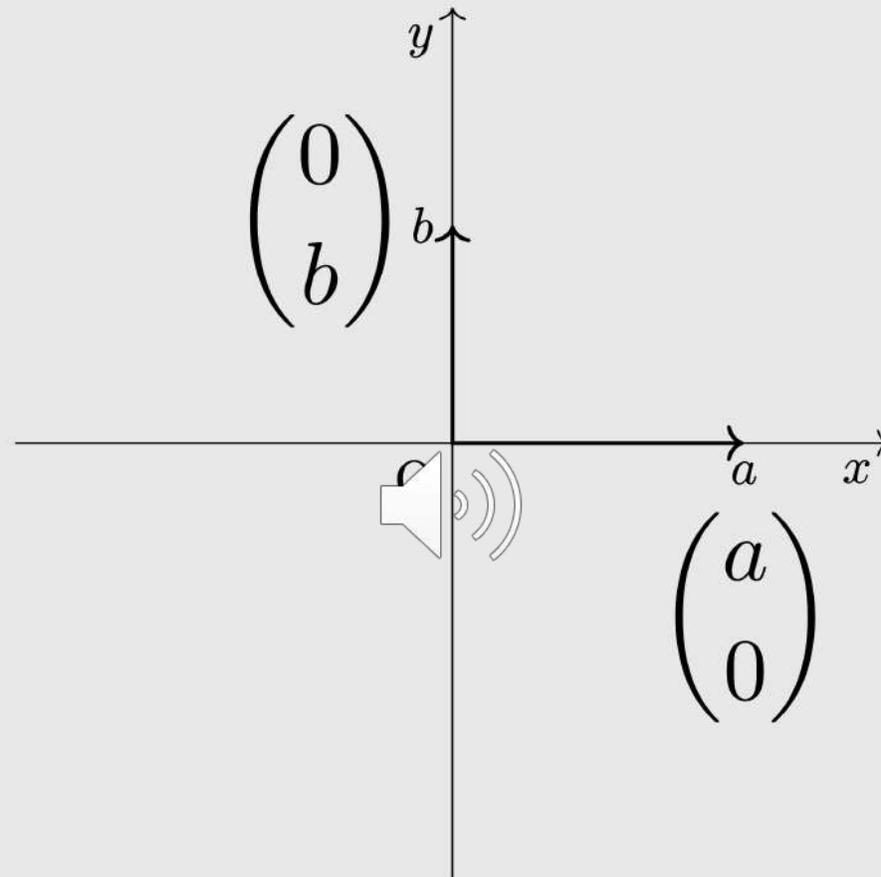
$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



原点を中心とする回転移動を表す行列は、このようになります。



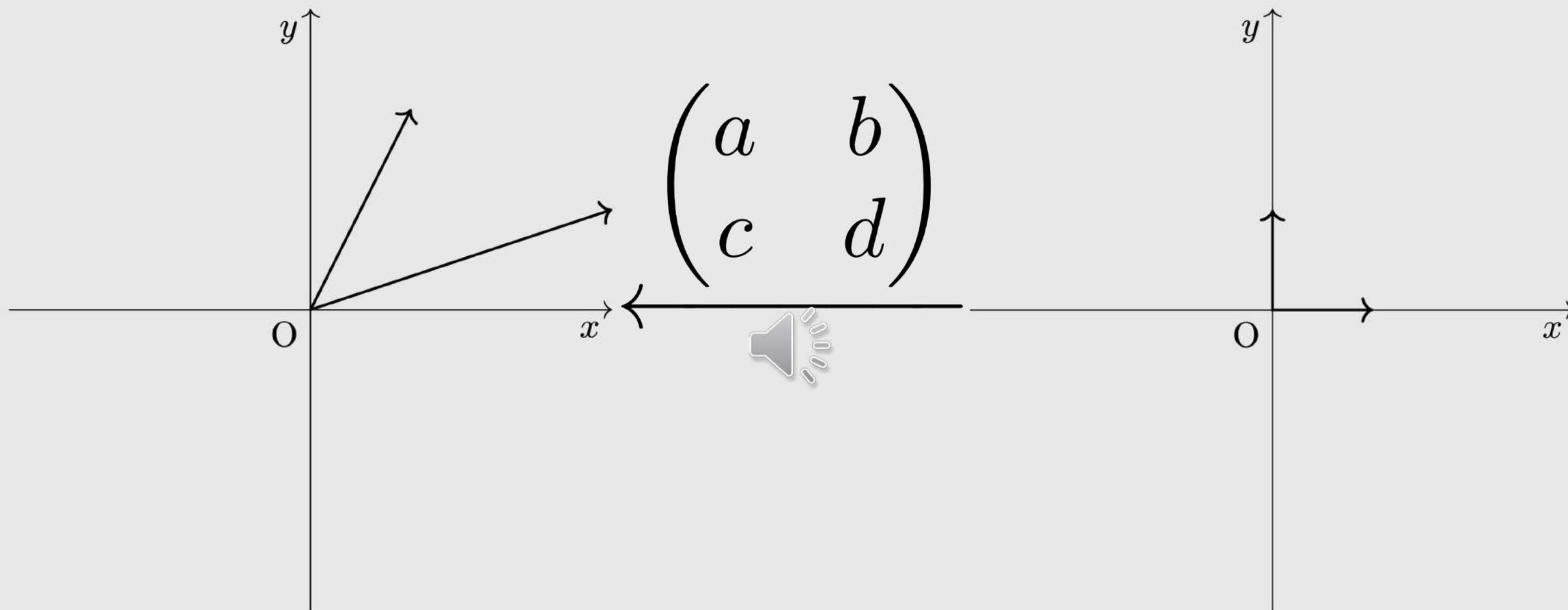
さらに， x 軸方向に a 倍， y 軸方向に b 倍だけ拡大縮小すると，



基底ベクトルはこのようになるため、

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

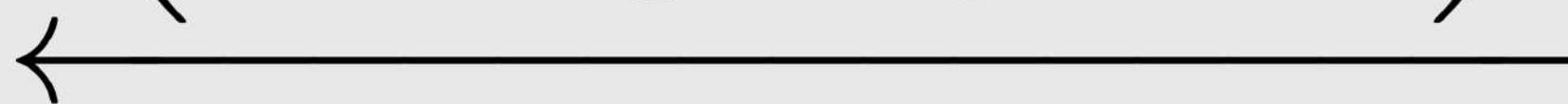

原点を中心とする拡大縮小を表す行列は、このようになります。



つまり、いわゆる線形変換に帰着できる平面の変形は、
行列によって表現することができるのです。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

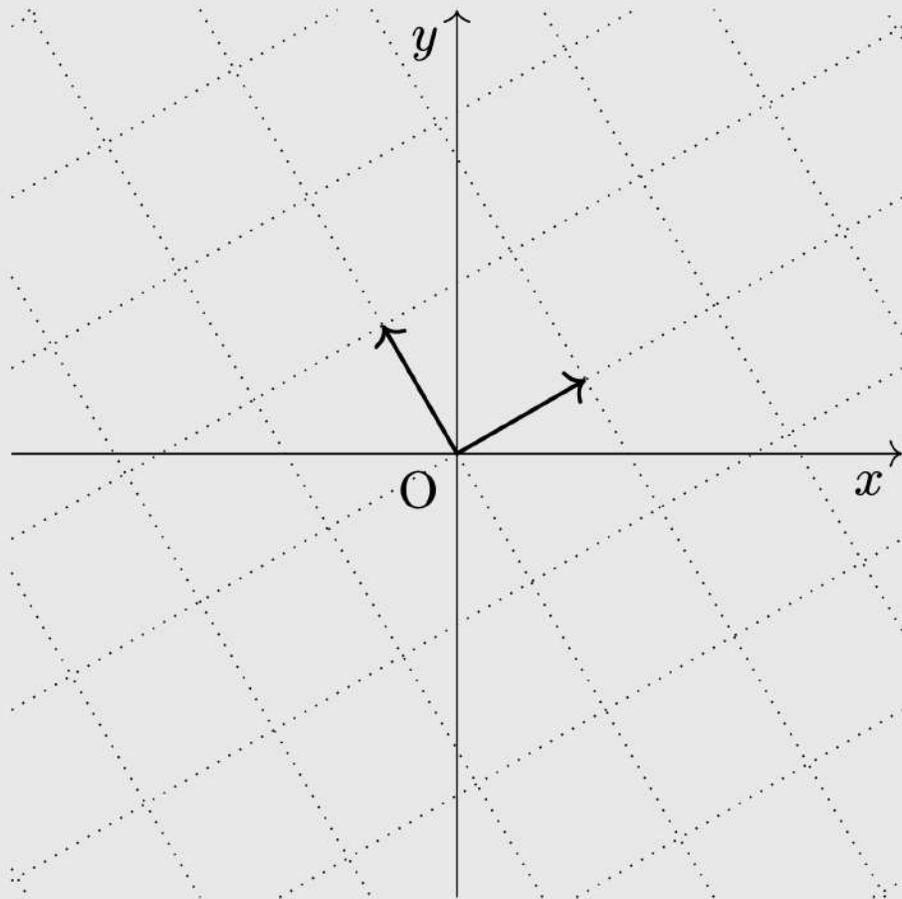
また，基底変換を2回行うことは，

$$\begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$$


1回の基底変換としてまとめられることが分かり、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$$

このように数式で表すことにすると，これが行列の積そのものになります。



$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

線形代数学は、ベクトル空間や、それを数式で表現する行列について考える数学の分野と言えます。

初級レベルの本



それでは、おすすめの線形代数学の本を紹介します。

スバラシク実力がつくと評判の

線形代数

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる! 単位なんて楽に取れる!

馬場敬之



「ベクトル空間と基底? ジョルダン細胞??
大丈夫! マセマならスグ分かる!!」(馬場先生談)

<タイトル>

線形代数キャンパス・ゼミ 改訂13

<著者>

馬場敬之

<出版社>



マセマ出版社

<出版年>

2023年

1冊目は、こちらです。

スバラシク実力がつくと評判の

線形代数学

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる! 単位なんて楽に取れる!

馬場敬之



「ベクトル空間と基底? ジョルダン細胞??
大丈夫! マセマならスグ分かる!!」(馬場先生談)

<タイトル>

線形代数学キャンパス・ゼミ 改訂13

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



この本は，数学があまり得意でない方におすすめです。

スバラシク実力がつくと評判の

線形代数

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる! 単位なんて楽に取れる!

馬場敬之



「ベクトル空間と基底? ジョルダン細胞??
大丈夫! マセマならスグ分かる!!」(馬場先生談)

<タイトル>

線形代数キャンパス・ゼミ 改訂13

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



初学者にも分かりやすい, とても丁寧な解説が特徴です.

大学数学入門編

初めから解ける 演習 線形代数

■ キャンパス・ゼミ ■

大学数学を楽しく練習できる演習書!



<タイトル>

初めから解ける 演習 線形代数 キャンパス・ゼミ

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2024年



同じシリーズで、こちらの基礎的な演習書や、

スバラシク実力がつくと評判の

演習 線形代数

■ キャンパス・ゼミ ■



<タイトル>

演習 線形代数 キャンパス・ゼミ 改訂9

<著者>

高杉豊, 馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



こちらの標準的な演習書も発売されています。

スバラシク実力がつくと評判の

演習 線形代数

■ キャンパス・ゼミ ■



<タイトル>

演習 線形代数 キャンパス・ゼミ 改訂9

<著者>

高杉豊，馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



ただし，線形代数をしっかりと使う数学科などの方は，

スバラシク実力がつくと評判の

演習 線形代数

■ キャンパス・ゼミ ■



<タイトル>

演習 線形代数 キャンパス・ゼミ 改訂9

<著者>

高杉豊, 馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



このシリーズだけでは厳しいと思いますので、注意してください。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 線形代数

<著者>

藤岡敦

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年



2冊目は、こちらです。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 線形代数学

<著者>

藤岡敦

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年



この本は，数学科の方にもおすすめの，非常に読みやすい1冊です。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 線形代数

<著者>

藤岡敦

<出版社>

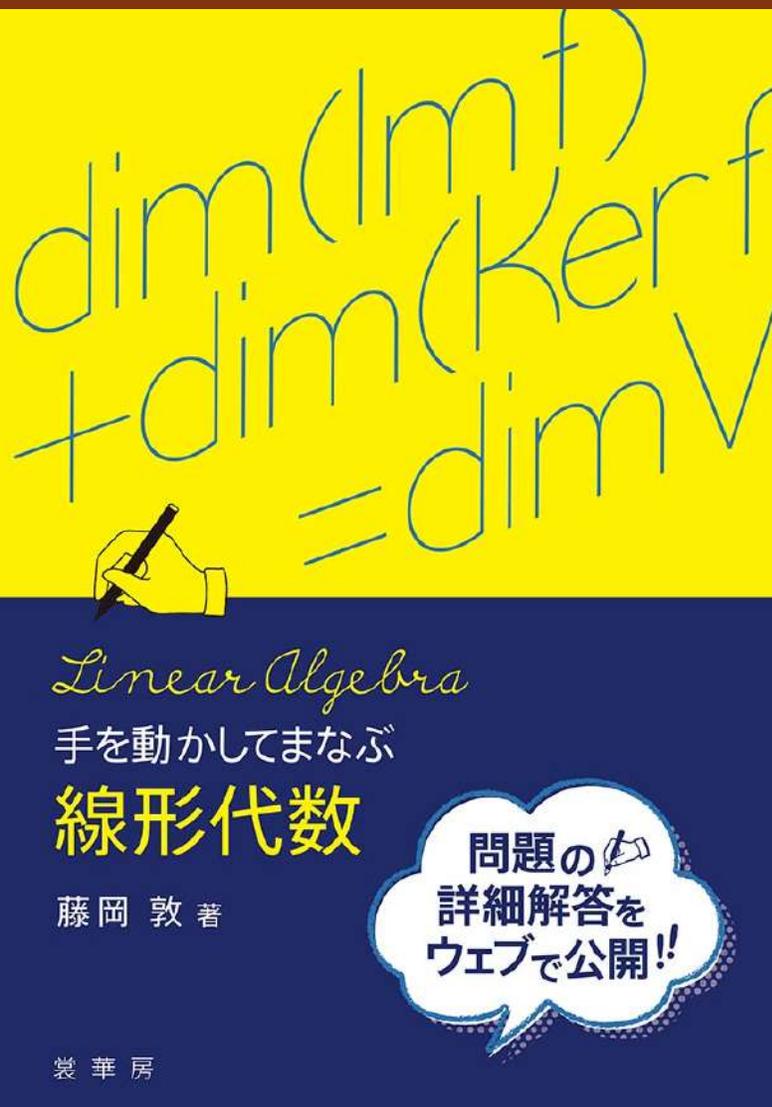
裳華房

<出版年>

2015年



比較的最近出版された本であり、



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 線形代数

<著者>

藤岡敦

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年



サポートサイトが非常に充実しているので、初学者にはぴったりです。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 線形代数

<著者>

藤岡敦

<出版社>

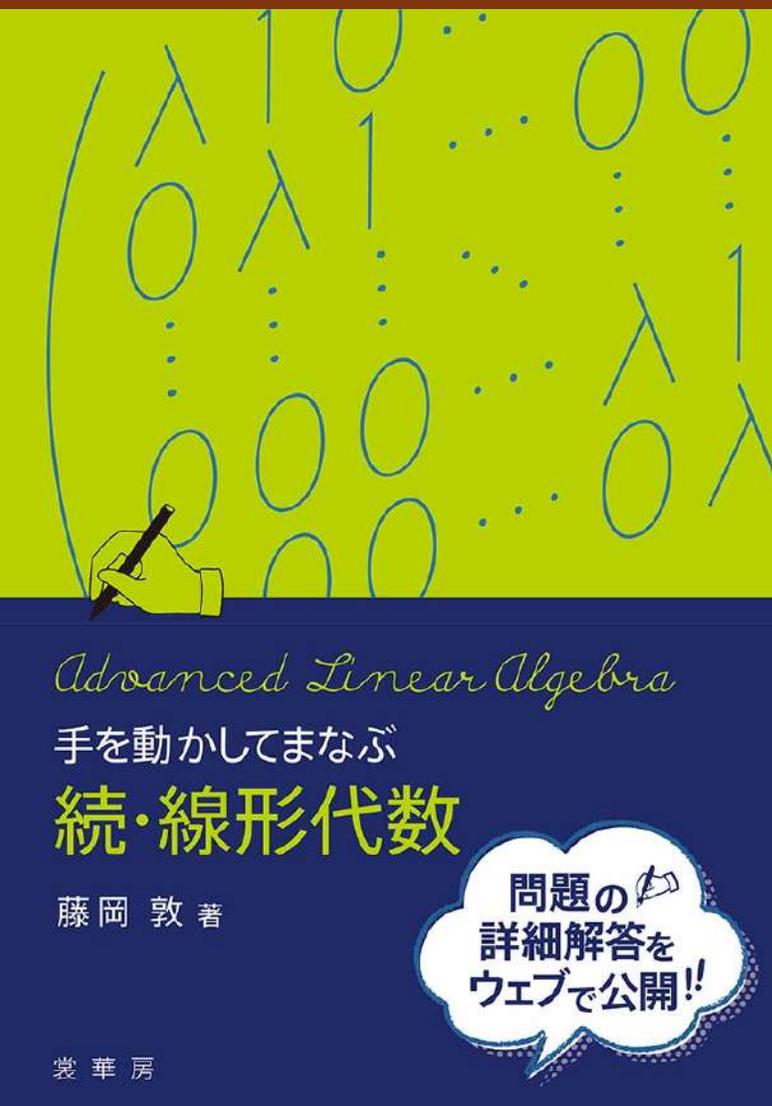
裳華房

<出版年>

2015年



ジョルダン標準形やテンソルなど，さらに高度な線形代数学を学ぶ場合は，



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 続・線形代数

<著者>

藤岡敦

<出版社>

裳華房

<出版年>

2021年



続編となるこちらも合わせて読むと良いでしょう。

数研講座 シリーズ

大学教養

線形代数の 基礎

市原一裕 著

数研出版
<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<著者>

市原一裕

<出版社>

数研出版

<出版年>

2021年



3冊目は、こちらです。

数研講座 シリーズ

大学教養

線形代数の 基礎

市原一裕 著

数研出版
<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<著者>

市原一裕

<出版社>

数研出版

<出版年>

2021年



この本は，チャート式でお馴染みの数研出版の1冊です。

数研講座 シリーズ

大学教養

線形代数の 基礎

市原一裕 著

数研出版
<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<著者>

市原一裕

<出版社>

数研出版

<出版年>

2021年



線形代数の内容が、高校数学の教科書のスタイルで解説されており、

数研講座 シリーズ

大学教養

線形代数の 基礎

市原一裕 著

数研出版
<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<著者>

市原一裕

<出版社>

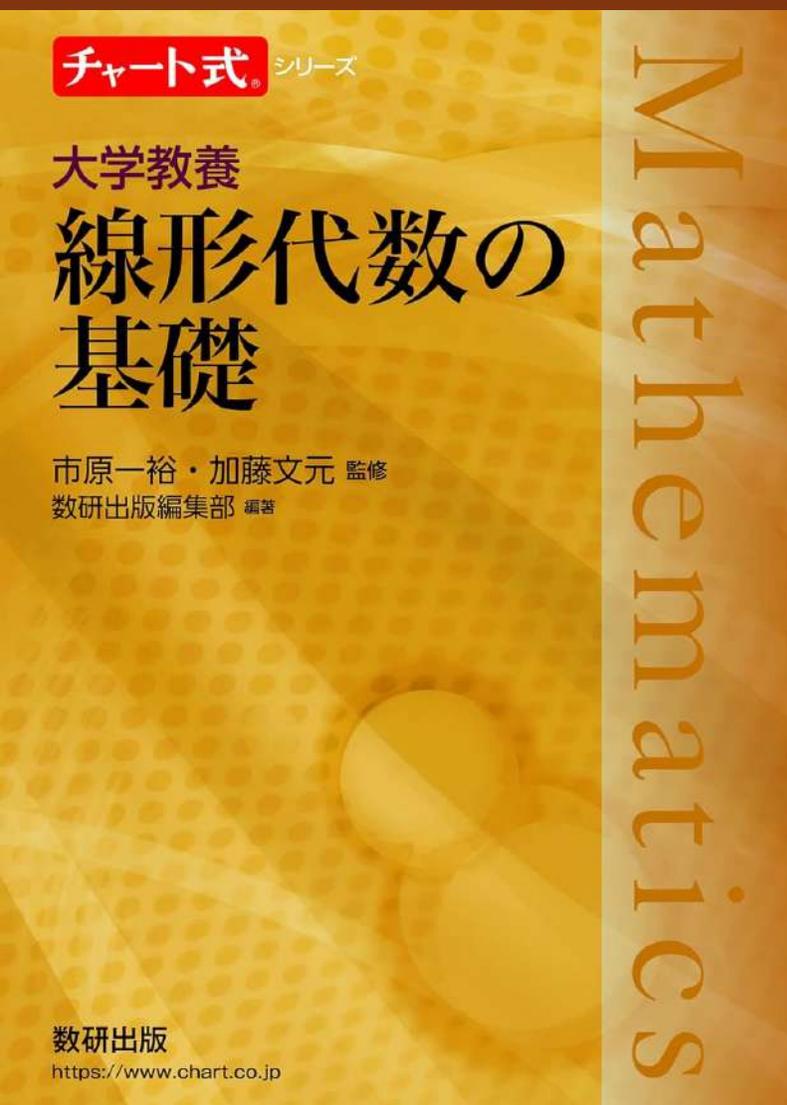
数研出版

<出版年>

2021年



幅広い内容をカバーしています。



<タイトル>

チャート式シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<監修者>

市原一裕, 加藤文元

<出版社>

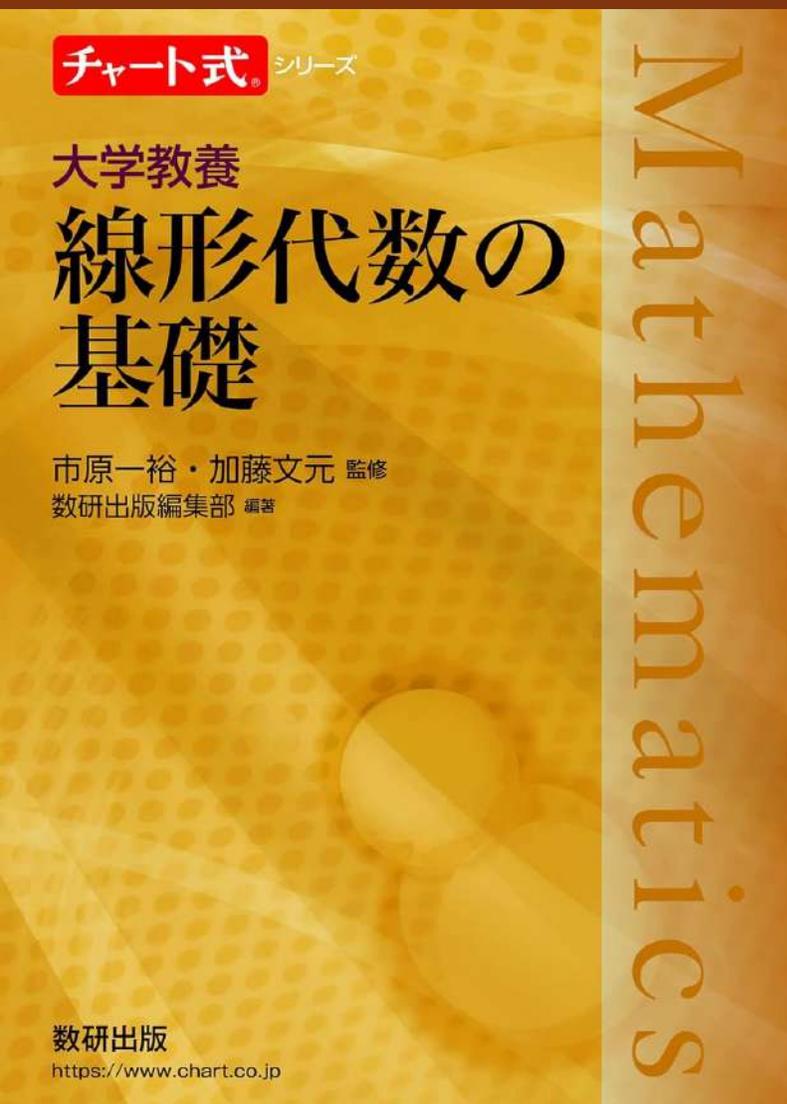
数研出版

<出版年>

2022年



そして、演習書として、線形代数の黄チャートも発売されています。



<タイトル>

チャート式シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<監修者>

市原一裕, 加藤文元

<出版社>

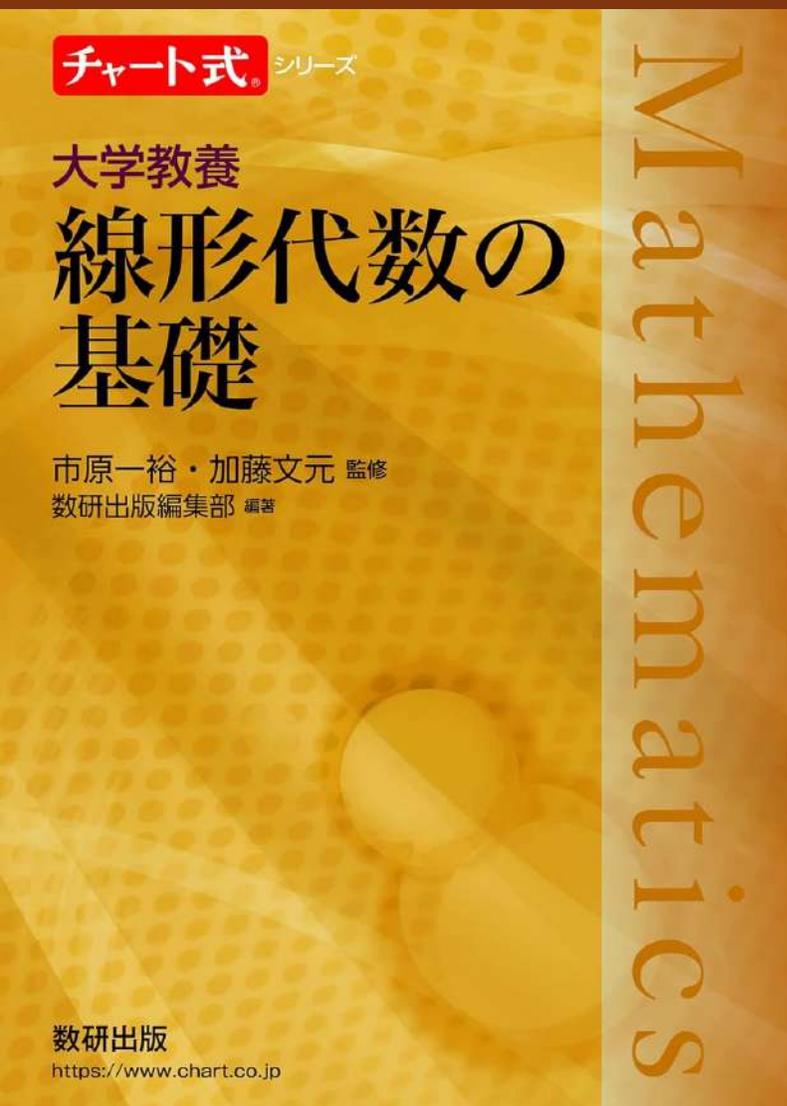
数研出版

<出版年>

2022年



数学科を含めて、数学が苦手でないという方は、



<タイトル>

チャート式シリーズ 大学教養 線形代数の基礎

<監修者>

市原一裕, 加藤文元

<出版社>

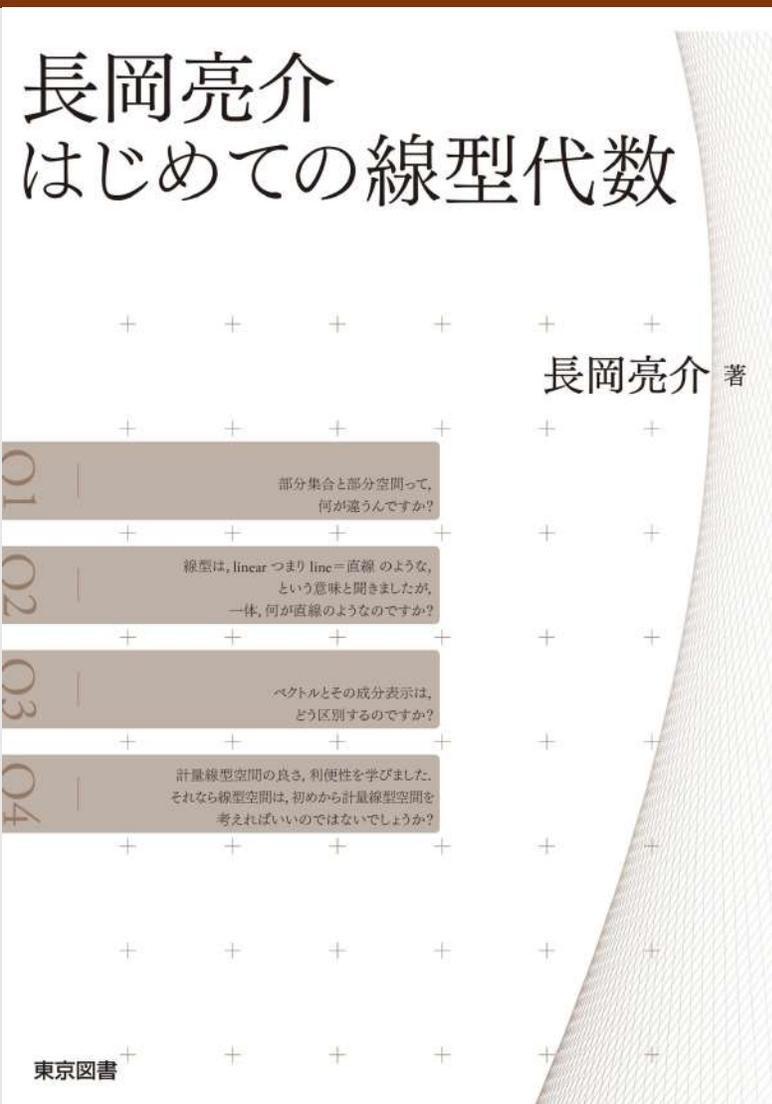
数研出版

<出版年>

2022年



この後紹介する青チャートを読むと良いでしょう。



<タイトル>

長岡亮介 はじめての線型代数

<著者>

長岡亮介

<出版社>

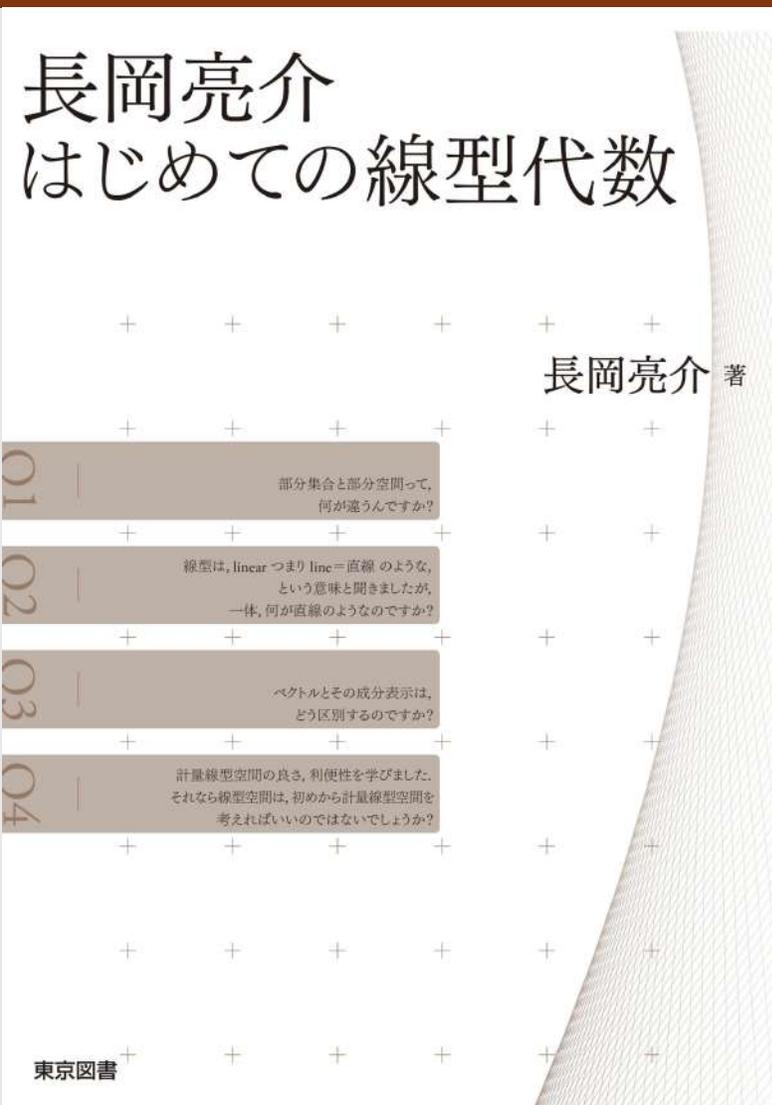
東京図書

<出版年>

2024年



4冊目は、こちらです。



<タイトル>

長岡亮介 はじめての線型代数

<著者>

長岡亮介

<出版社>

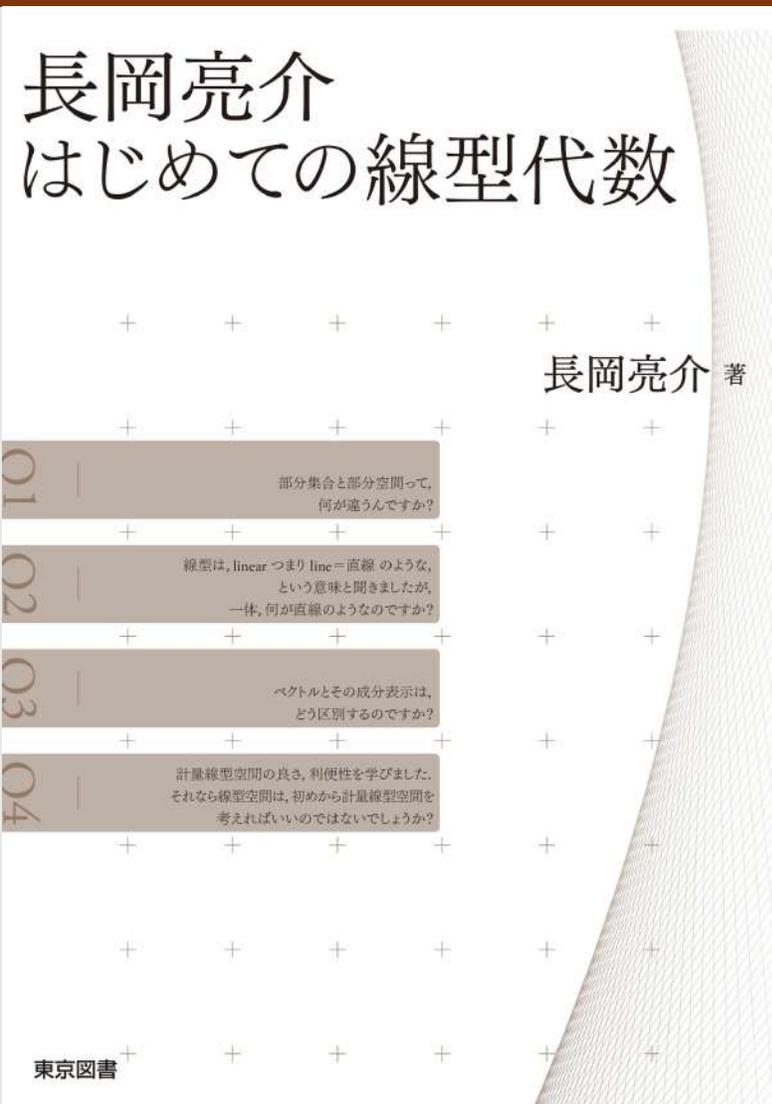
東京図書

<出版年>

2024年



この本は、後で紹介する線形代数の教科書を、



<タイトル>

長岡亮介 はじめての線型代数

<著者>

長岡亮介

<出版社>

東京図書

<出版年>

2024年



さらに分かりやすくした1冊です。

長岡亮介 はじめての線型代数

長岡亮介 著

01 部分集合と部分空間って、何が違うんですか？

02 線型は、linear つまり line = 直線 のような、という意味と聞きましたが、一体、何が直線のようなのですか？

03 ベクトルとその成分表示は、どう区別するのですか？

04 計量線型空間の良さ、利便性を学びました。それなら線型空間は、初めから計量線型空間を考えた方がいいのではないのでしょうか？

東京図書

<タイトル>

長岡亮介 はじめての線型代数

<著者>

長岡亮介

<出版社>

東京図書

<出版年>

2024年



高校数学の延長で読める，新しい本です。

中級レベルの本



ここからは、より専門書チックに書かれた本を紹介していきます。

数研講座 シリーズ

大学教養

線形代数

加藤文元 著



数研出版

<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数

<著者>

加藤文元

<出版社>

数研出版

<出版年>

2019年



5冊目は、こちらです。

数研講座 シリーズ

大学教養 線形代数

加藤文元 著



数研出版

<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数

<著者>

加藤文元

<出版社>

数研出版

<出版年>

2019年



先ほど紹介した数研出版の教科書の中級版です。

数研講座 シリーズ

大学教養 線形代数

加藤文元 著



数研出版

<https://www.chart.co.jp>

<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 線形代数

<著者>

加藤文元

<出版社>

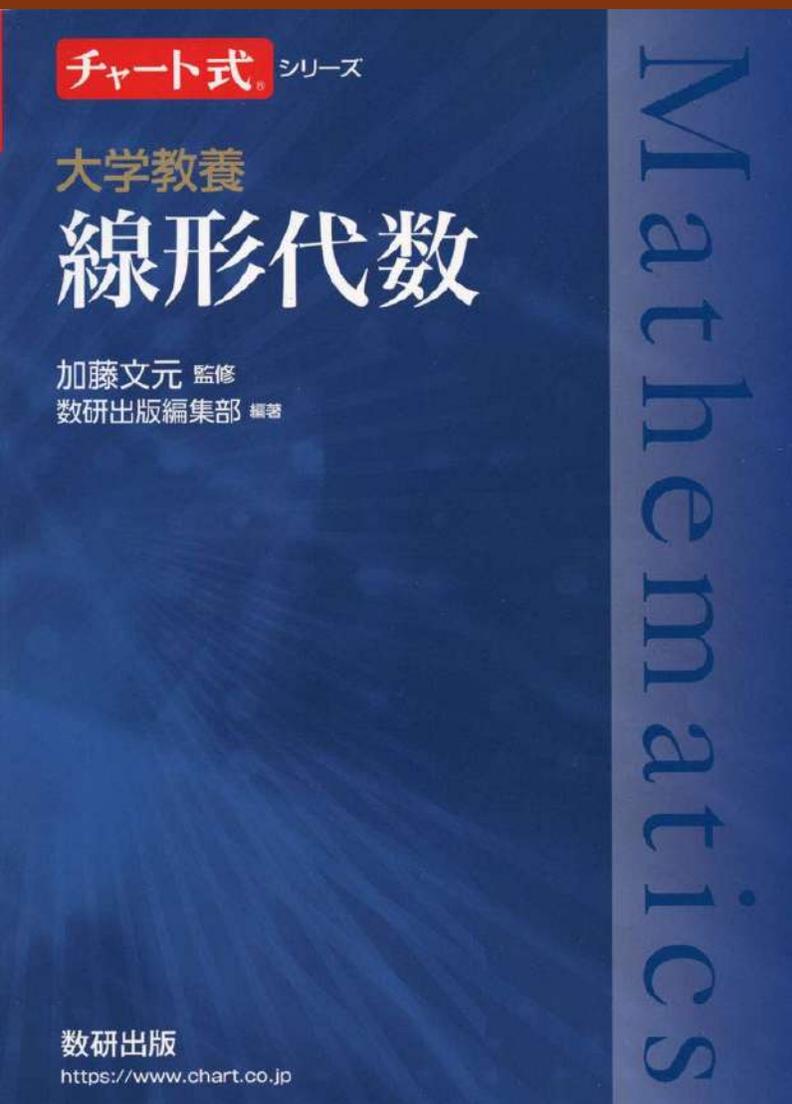
数研出版

<出版年>

2019年



こちらと同様に，高校数学の教科書スタイルで書かれており，



<タイトル>

チャート式シリーズ 大学教養 線形代数学

<監修者>

加藤文元

<出版社>

数研出版

<出版年>

2020年



演習書として、線形代数学の青チャートも発売されています。

長岡亮介 線型代数入門講義 現代数学の《技法》と《心》

線型代数は、学習者には“大学で出会う数学”の典型的なものである。
汎用的な理論を目指す抽象性が初学者には、その意義が見えにくいのは自然である。
本書は、高校数学と大学数学の連続性と断絶を意識して、大学数学に困惑しがちな読者を、線型代数の魅力的な世界へ誘えるように配慮したものである。
読者がつまづきやすい理論の核心には、抽象的な記述の背後に潜むストーリーを教育的配慮に基づいて丁寧に解説し、解説と解説の間には、敢えて高校数学的なテイストで、理論を理解するための鍵となる少数の本質的な例題を配して学習の進度が確認できるように配慮した。
本書を通じて著者の数学の物語りを読解したとき、線型代数の世界の門はすでに読者に向けて開かれている。

長岡亮介 著

東京図書

<タイトル>

長岡亮介 線型代数入門講義
現代数学の《技法》と《心》

<著者>

長岡亮介



<出版社>

東京図書

<出版年>

2010年

6冊目は、こちらです。

長岡亮介 線型代数入門講義 現代数学の《技法》と《心》

線型代数は、学習者には“大学で出会う数学”の典型的なものである。
汎用的な理論を目指す抽象性が初学者には、その意義が見えにくいのは自然である。
本書は、高校数学と大学数学の連続性と断絶を意識して、大学数学に困惑しがちな読者を、線型代数の魅力的な世界へ誘えるように配慮したものである。
読者がつまづきやすい理論の核心には、抽象的な記述の背後に潜むストーリーを教育的配慮に基づいて丁寧に解説し、解説と解説の間には、敢えて高校数学的なテイストで、理論を理解するための鍵となる少数の本質的な例題を配して学習の進捗が確認できるように配慮した。
本書を通じて著者の数学の物語りを読解したとき、線型代数の世界の門はすでに読者に向って開かれている。

長岡亮介 著

東京図書

<タイトル>

長岡亮介 線型代数入門講義
現代数学の《技法》と《心》

<著者>

長岡亮介

<出版社>

東京図書

<出版年>

2010年



この本は、先ほど紹介したはじめての線形代数の、さらに詳しい版です。

長岡亮介 線型代数入門講義 現代数学の《技法》と《心》

線型代数は、学習者には“大学で出会う数学”の典型的なものである。
汎用的な理論を目指す抽象性が初学者には、その意義が見えにくいのは自然である。
本書は、高校数学と大学数学の連続性と断絶を意識して、大学数学に困惑しがちな読者を、線型代数の魅力的な世界へ誘えるように配慮したものである。
読者がつまづきやすい理論の核心には、抽象的な記述の背後に潜むストーリーを教育的配慮に基づいて丁寧に解説し、解説と解説の間には、敢えて高校数学的なテイストで、理論を理解するための鍵となる少数の本質的な例題を配して学習の進捗が確認できるように配慮した。
本書を通じて著者の数学の物語りを読解したとき、線型代数の世界の門はすでに読者に向けて開かれている。

長岡亮介 著

東京図書

<タイトル>

長岡亮介 線型代数入門講義
現代数学の《技法》と《心》

<著者>

長岡亮介

<出版社>

東京図書

<出版年>

2010年



幅広い演習問題が収録されているのも特徴の1つです。

齋藤正彦 線型代数学

長年にわたる東大での講義をまとめた、線型代数学の教科書。
行列の定義から始め、区分けと基本変形を道具として、
1次方程式系、行列式、線型空間を解説。
広義固有空間を経て、ジョルダン標準形に至る。
解析学との関連にも触れた。
奇をてらわずに、正攻法で読者を導く。
簡潔な文体の中に、著者ならではの洗練された数学のエッセンスが
ちりばめられている。
それを噛みしめながら読み進むうちに、
線型空間、線型写像の豊かなイメージを明確に掴むことができる。

東京図書

<タイトル>

齋藤正彦 線型代数学

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京図書

<出版年>

2014年



7冊目は、こちらです。

齋藤正彦 線型代数学

長年にわたる東大での講義をまとめた、線型代数学の教科書。
行列の定義から始め、区分けと基本変形を道具として、
1次方程式系、行列式、線型空間を解説。
広義固有空間を経て、ジョルダン標準形に至る。
解析学との関連にも触れた。
奇をてらわずに、正攻法で読者を導く。
簡潔な文体の中に、著者ならではの洗練された数学のエッセンスが
ちりばめられている。
それを噛みしめながら読み進むうちに、
線型空間、線型写像の豊かなイメージを明確に掴むことができる。

東京図書

<タイトル>

齋藤正彦 線型代数学

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京図書

<出版年>

2014年



この本は、後で紹介する線形代数の定番の1冊と著者が同じです。

齋藤正彦 線型代数学

長年にわたる東大での講義をまとめた、線型代数学の教科書。
行列の定義から始め、区分けと基本変形を道具として、
1次方程式系、行列式、線型空間を解説。
広義固有空間を経て、ジョルダン標準形に至る。
解析学との関連にも触れた。
奇をてらわずに、正攻法で読者を導く。
簡潔な文体の中に、著者ならではの洗練された数学のエッセンスが
ちりばめられている。
それを噛みしめながら読み進むうちに、
線型空間、線型写像の豊かなイメージを明確に掴むことができる。

東京図書

<タイトル>

齋藤正彦 線型代数学

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京図書

<出版年>

2014年

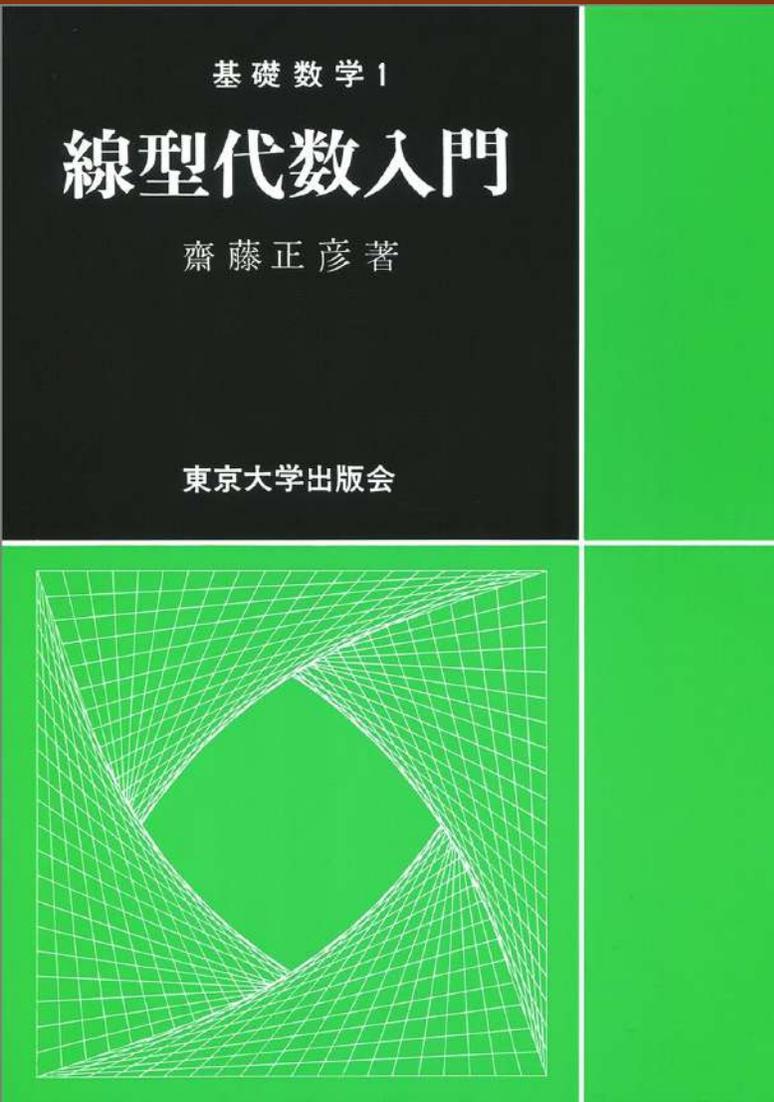


読みやすく構成されており、数学科の方も安心して学べる1冊です。

上級レベルの本



最後に，昔からの定番の数学書を2冊紹介します。



<タイトル>

基礎数学 I 線型代数入門

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

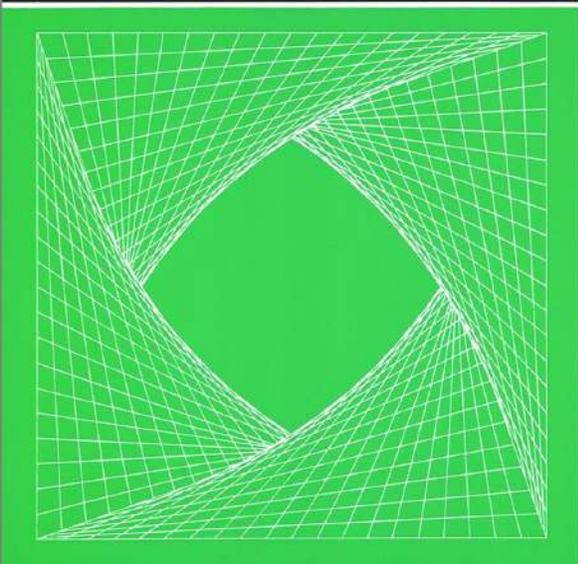
東京大学出版会

<出版年>

1966年



8冊目は，こちらです。



<タイトル>

基礎数学 I 線型代数入門

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

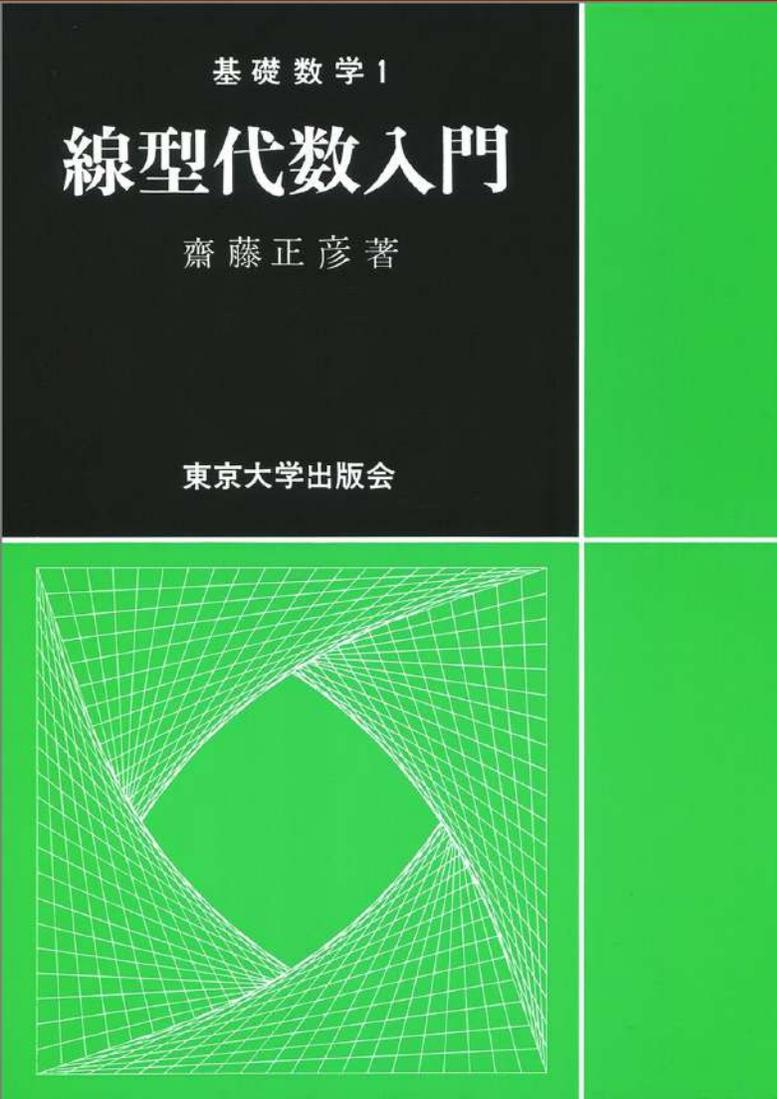
東京大学出版会

<出版年>

1966年



先ほどと同じ著者による，代表的な数学書です。



<タイトル>

基礎数学 I 線型代数入門

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

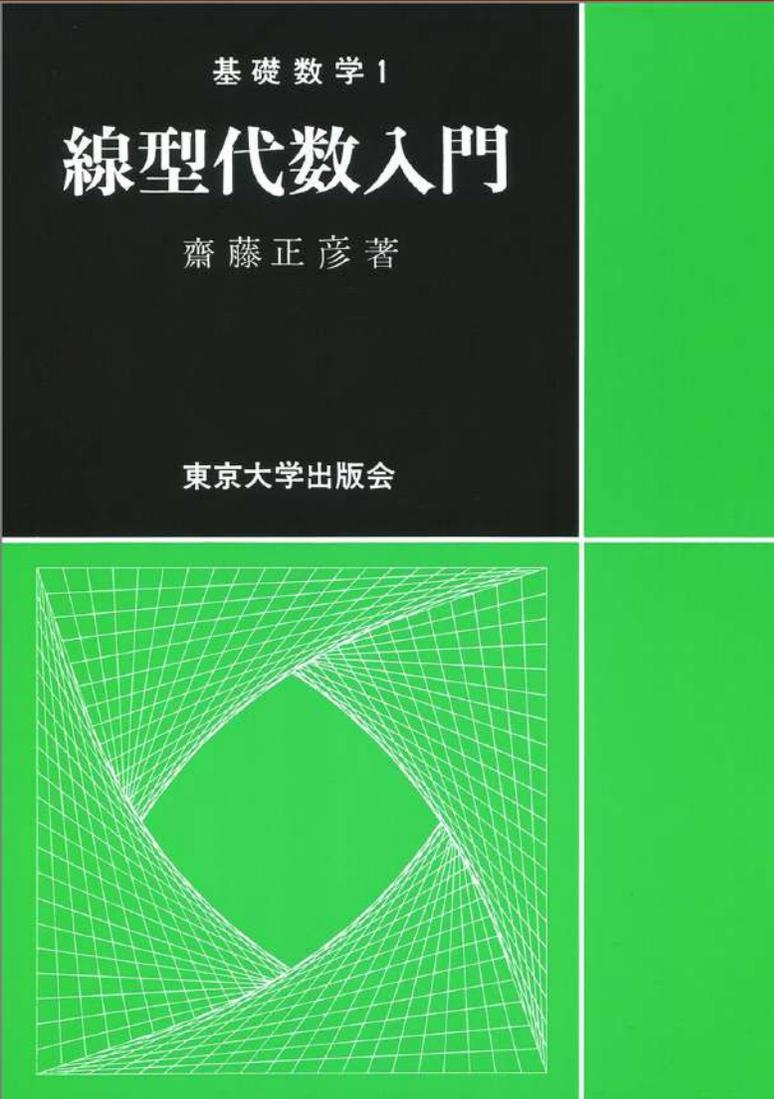
東京大学出版会

<出版年>

1966年



単因子論など、難解な内容も多く含まれていますが、



<タイトル>

基礎数学 I 線型代数入門

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京大学出版会

<出版年>

1966年

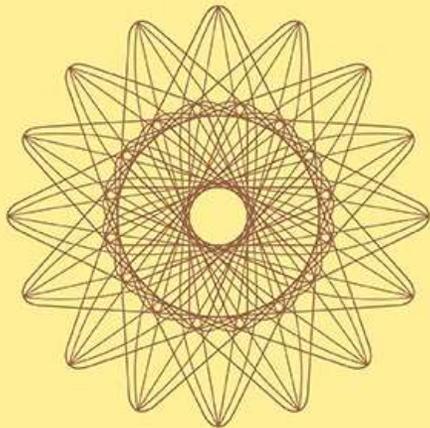


線形代数が網羅的に掲載されており，素晴らしい1冊です。

数学選書 1

線型代数学 (新装版)

佐武一郎 著



裳華房

<タイトル>

数学選書 | 線形代数学 新装版

<著者>

佐武一郎

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年

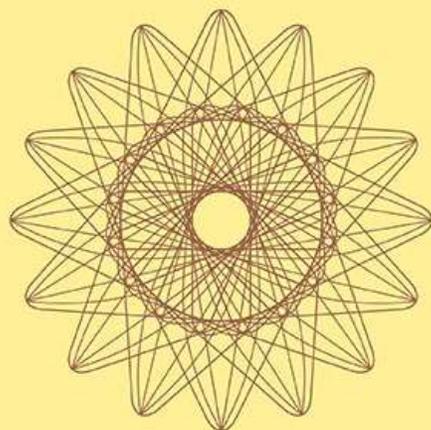


9冊目は、こちらです。

数学選書 1

線型代数学 (新装版)

佐武一郎 著



裳華房

<タイトル>

数学選書 | 線形代数学 新装版

<著者>

佐武一郎

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年

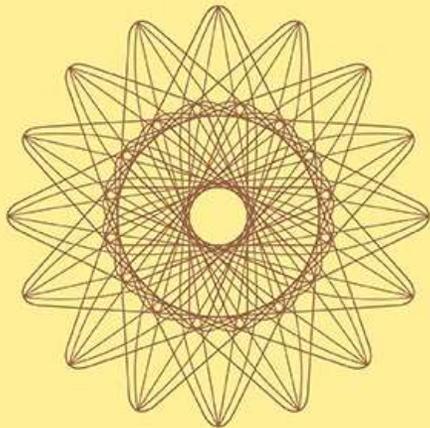


先ほどの本と並んで、線形代数の代表的な数学書です。

数学選書 1

線型代数学 (新装版)

佐武一郎 著



裳華房

<タイトル>

数学選書 | 線形代数学 新装版

<著者>

佐武一郎

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年

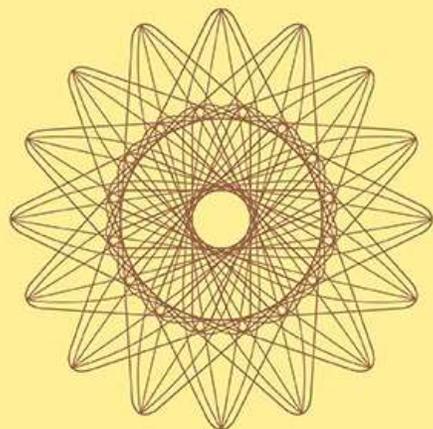


昔からある本ですが、

数学選書 1

線型代数学 (新装版)

佐武一郎 著



裳華房

<タイトル>

数学選書 | 線形代数学 新装版

<著者>

佐武一郎

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年

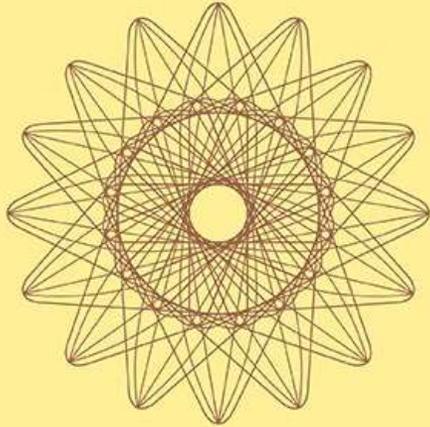


現在は新装版が発売されており、とても見やすくなっています。

数学選書 1

線型代数学 (新装版)

佐武一郎 著



裳華房

<タイトル>

数学選書 | 線形代数学 新装版

<著者>

佐武一郎

<出版社>

裳華房

<出版年>

2015年



こちらにも幅広い内容をカバーしており、とてもおすすめです。

3. 微分積分学

1. 微分積分学とは

2. 初級レベルの本

3. 中級レベルの本

4. 上級レベルの本

3. 微分積分の本

3. 微分積分学

1. 微分積分学とは
2. 初級レベルの本
3. 中級レベルの本
4. 上級レベルの本

次に、微分積分について紹介していきます。

微分積分学とは

大学数学の微分積分は，高校数学とどのように異なるのでしょうか。

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

決定的な違いは，多変数の微分積分を扱うことです。

$$f'(x)$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

高校数学では，基本的に1変数関数の微分や積分を扱います。

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{|\Delta| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) (x_{i+1} - x_i)$$

一方，大学数学では，1変数関数の微積分についてさらに深掘りし，

$$(y_1, y_2, \dots, y_m) \xrightarrow{\text{スピーカー}} f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

変数の数を増やして，多変数関数の微積分へと一般化していきます。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

数学科の場合は、実数の性質を見直し、
極限を厳密に定義するところから始まります。

n を限りなく大きくすると、 a_n が α に限りなく近づくとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$

x を a に限りなく近づけると、 $f(x)$ が l に限りなく近づくとき、 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

高校数学では、限りなく近づくなどといった、
非常に曖昧な表現を用いて、極限を説明していました。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$$

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} \text{ s.t. } \forall n \geq N, |a_n - \alpha| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$



$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ s.t. } \forall x \in \mathbb{R}, |x - a| < \delta \implies |f(x) - l| < \varepsilon$$

これをより厳密に定義するのが、 ε - N 論法と、 ε - δ 論法です。

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

こうして定義された極限を用いて，関数の微分を定義することができます。

平均値の定理

テイラー の定理

微分可能な関数を調べると，平均値の定理やテイラーの定理などといった，
様々な性質が得られます。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{h} \end{aligned}$$

これを多変数へと一般化すると、
1つの変数に注目して微分を考える偏微分と、

$$df = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i$$

関数を線形近似する全微分が定まります。

陰関数定理

ラグランジュの未定乗数法

同様に，このような関数について調べると，
陰関数定理やラグランジュの未定乗数法などといった，
様々な性質が得られます。

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{|\Delta| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) (x_{i+1} - x_i)$$

一方で、リーマン積分も極限によって定義されます。

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$$

高校数学では、

不定積分を「微分の逆」として定めるところから始まりますが、

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$$

大学数学では，定積分を定義するところから出発します。

微分積分学の基本定理

$$f(x) \underset{\text{微分}}{\overset{\text{積分}}{\rightleftharpoons}} F(x)$$

証明から一般化まで

微分積分学の基本定理については、

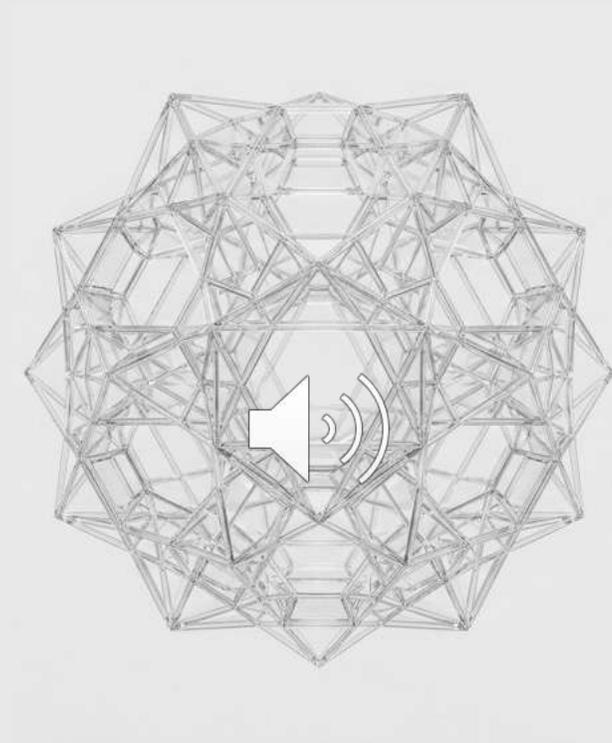
こちらの動画でかなり詳しく解説していますので、ぜひご覧ください。

$$\int \left(\dots \left(\int f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \right) \dots \right) dx_n$$



$$\int \dots \int f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n$$

積分を多変数に拡張すると，累次積分や重積分が定まります。



これによって、複雑な形の面積や体積を、
機械的な計算で求めることができるようになります。

微分積分学  ベクトル解析学
複素解析学

これらの微積分は、
ベクトル解析や複素解析といった分野へと繋がっていくのです。

初級レベルの本



それでは、おすすめの微分積分の本を紹介します。

スバラシク実力がつくと評判の

微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる！単位なんて楽に取れる！



<タイトル>

微分積分キャンパス・ゼミ 改訂11

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



1冊目は、こちらです。

スバラシク実力がつくと評判の

微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる! 単位なんて楽に取れる!



<タイトル>

微分積分キャンパス・ゼミ 改訂11

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年



線形代数でも紹介したマセマの本になります。

スバラシク実力がつくと評判の

微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる！ 単位なんて楽に取れる！



<タイトル>

微分積分キャンパス・ゼミ 改訂11

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年

こちらも、初学者にも分かりやすい丁寧な解説が特徴で、

スバラシク実力がつくと評判の

微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる！単位なんて楽に取れる！



<タイトル>

微分積分キャンパス・ゼミ 改訂11

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年

数学科などの微分積分をしっかりと学ぶ必要のある方は、

スバラシク実力がつくと評判の

微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■

大学の数学がこんなに分かる! 単位なんて楽に取れる!



<タイトル>

微分積分キャンパス・ゼミ 改訂11

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2023年

この本だけですべてをカバーすることはできません。

大学数学入門編

初めから解ける 演習 微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■

大学数学を楽しく練習できる演習書!



<タイトル>

初めから解ける 演習 微分積分 キャンパス・ゼミ

<著者>

馬場敬之

<出版社>

マセマ出版社

<出版年>

2024年



線形代数と同様に，こちらの演習書や，

スバラシク実力がつくと評判の

演習 微分積分

■ キャンパス・ゼミ ■



<タイトル>

演習 微分積分 キャンパス・ゼミ 改訂8

<著者>

馬場敬之, 高杉豊

<出版社>

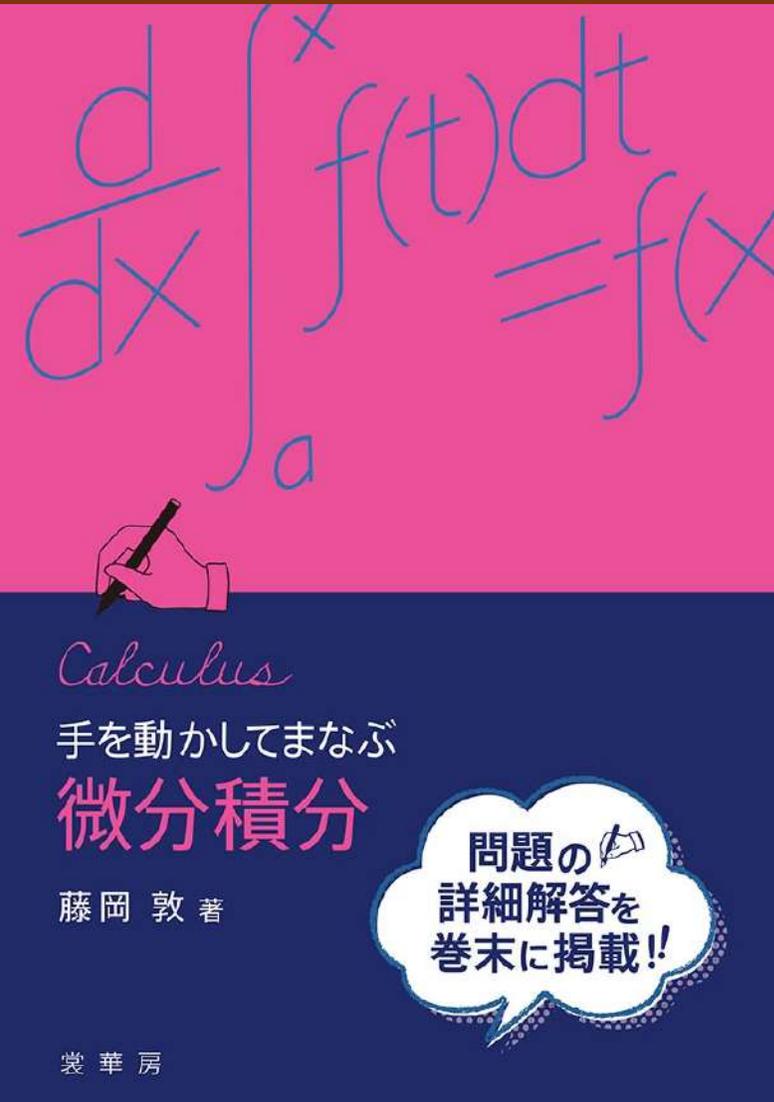


マセマ出版社

<出版年>

2023年

こちらの演習書が発売されています。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 微分積分

<著者>

藤岡敦

<出版社>

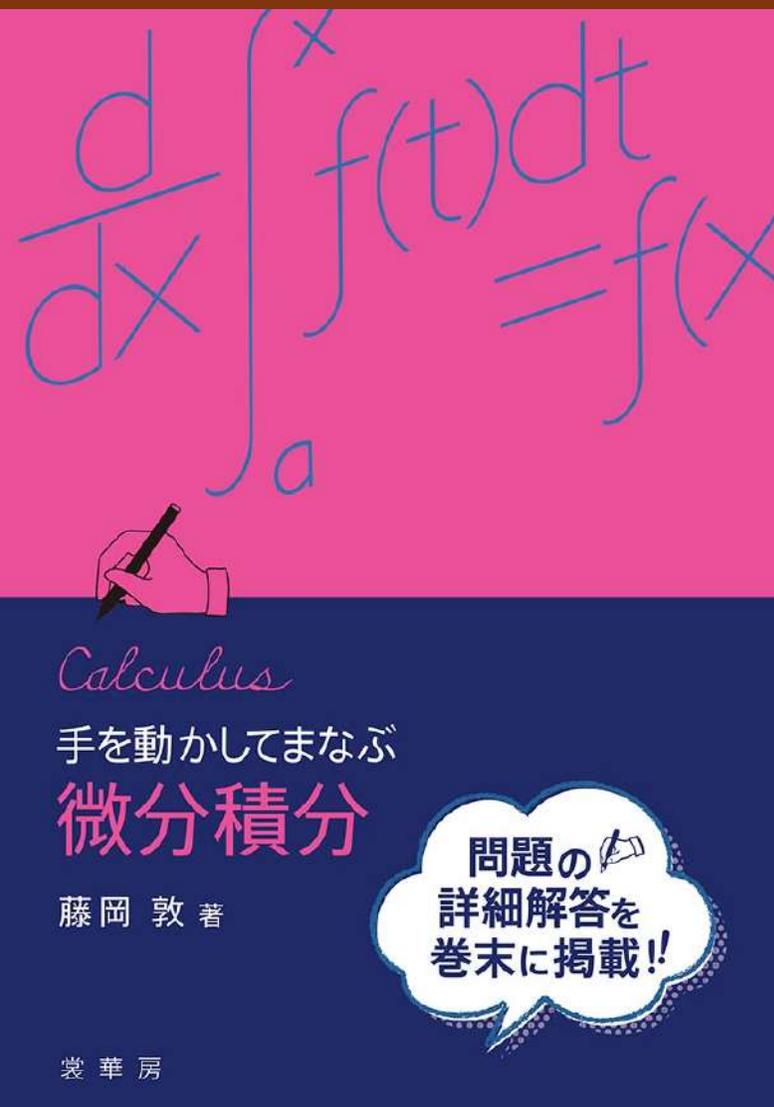
裳華房

<出版年>

2019年



2冊目は、こちらです。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 微分積分

<著者>

藤岡敦

<出版社>

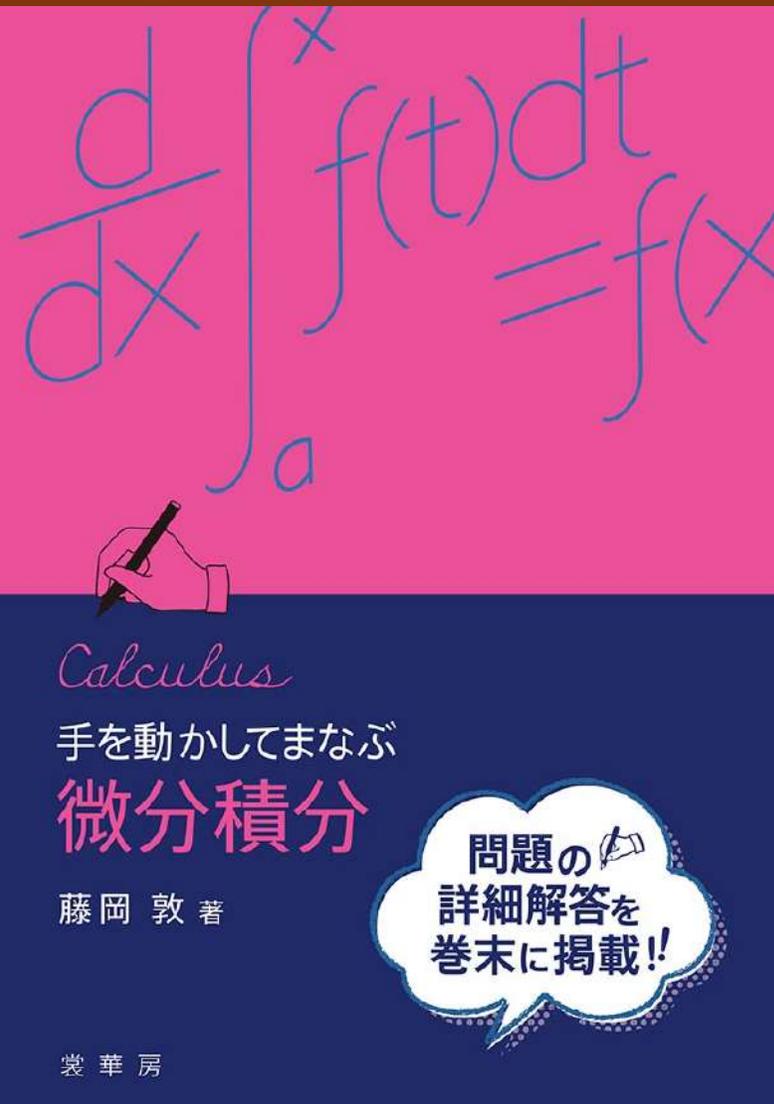
裳華房

<出版年>

2019年



線形代数でも紹介した，手を動かしてまなぶシリーズの本です。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 微分積分

<著者>

藤岡敦

<出版社>

裳華房

<出版年>

2019年



数学科を含むすべての方に強くおすすめできる1冊で、



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 微分積分

<著者>

藤岡敦

<出版社>

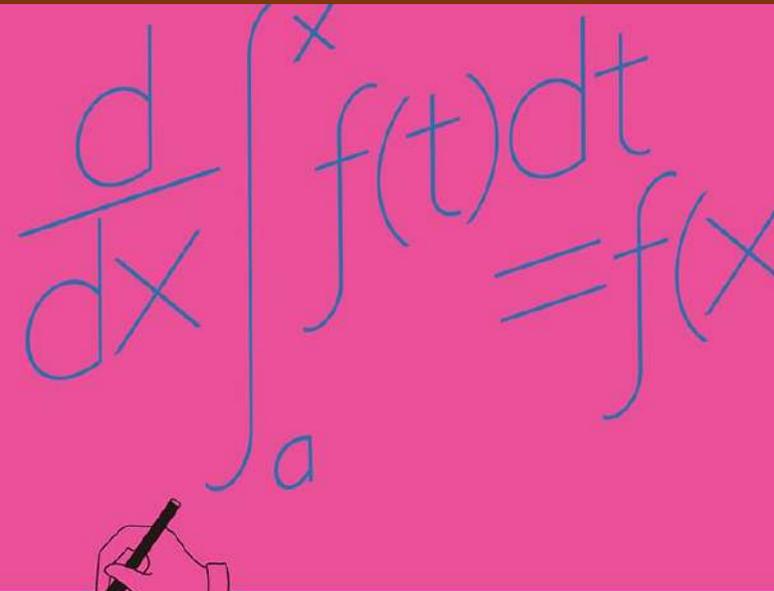
裳華房

<出版年>

2019年



サポートサイトが充実しています。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 微分積分

<著者>

藤岡敦

<出版社>

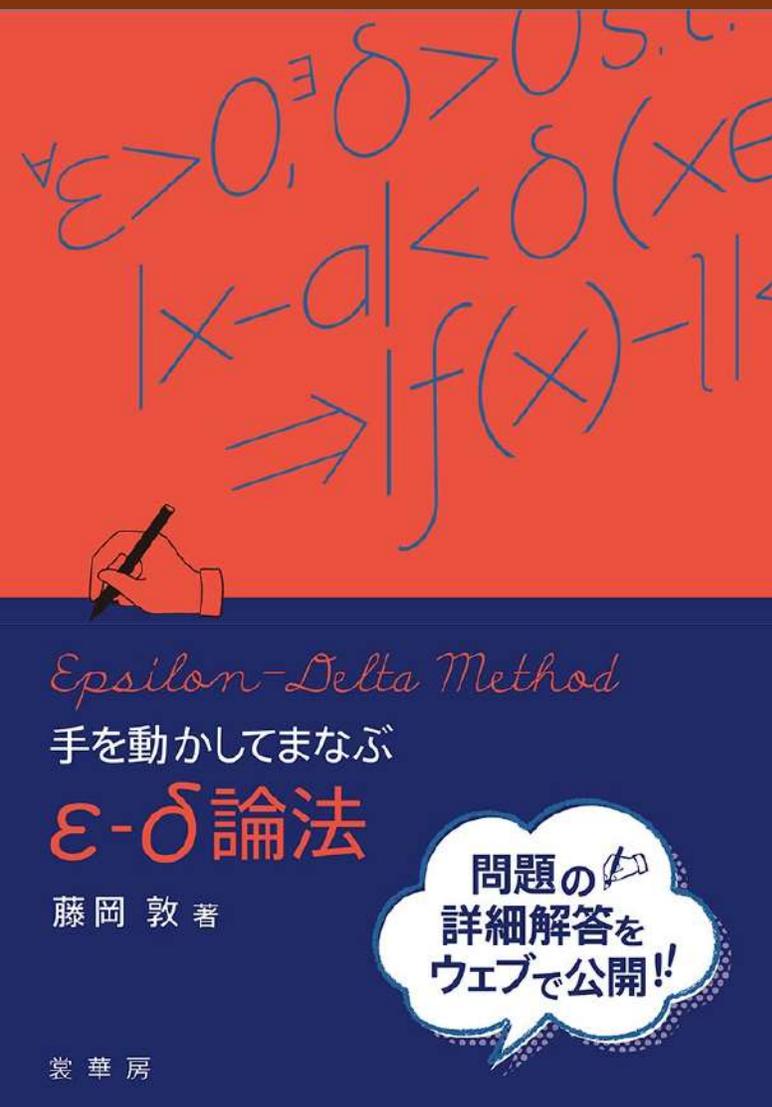
裳華房

<出版年>

2019年



ただし、極限の厳密な定義などについては触れていないので、



<タイトル>

手を動かしてまなぶ $\epsilon - \delta$ 論法

<著者>

藤岡敦

<出版社>

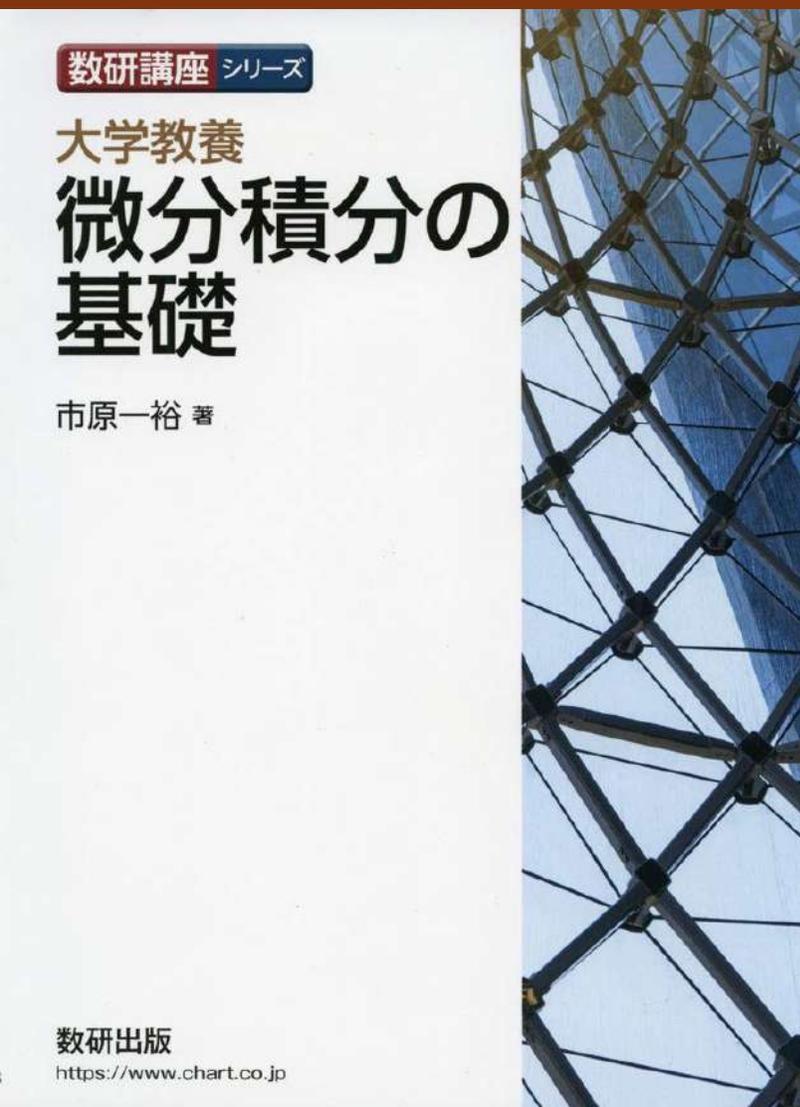
裳華房

<出版年>

2021年



数学科などの方は、こちらも合わせて読む必要があります。



<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 微分積分の基礎

<著者>

市原一裕

<出版社>

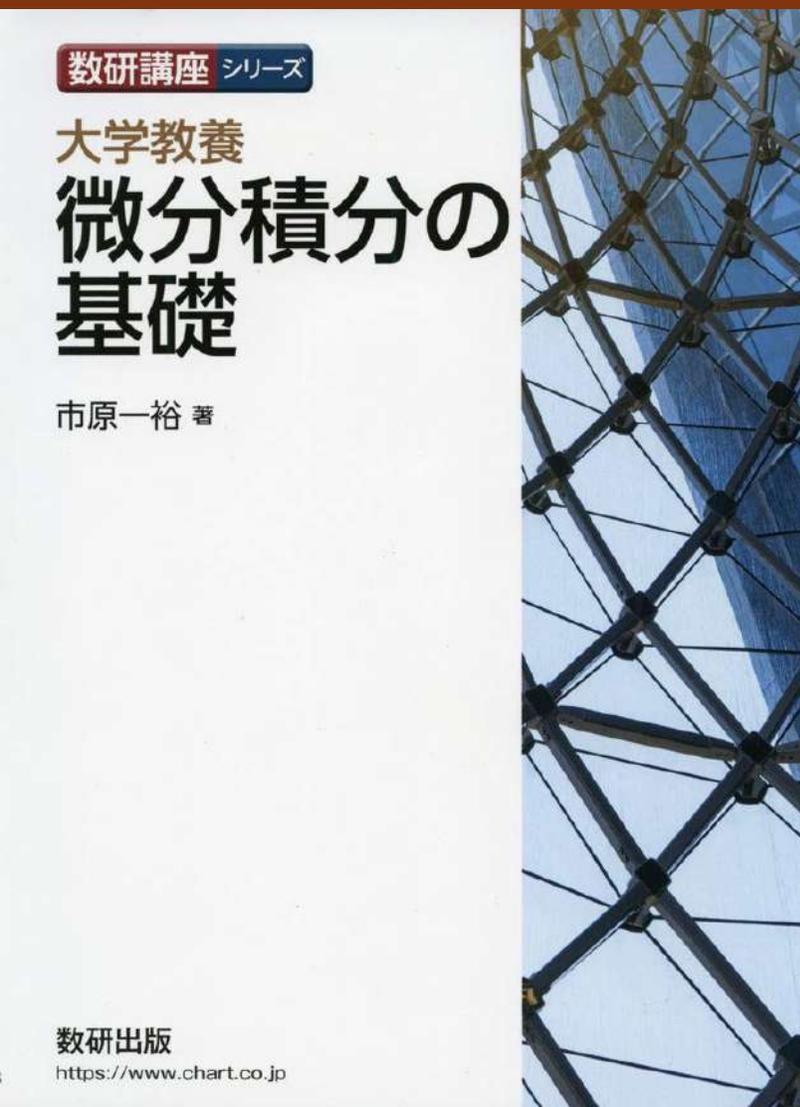
数研出版

<出版年>

2020年



3冊目は、こちらです。



<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 微分積分の基礎

<著者>

市原一裕

<出版社>

数研出版

<出版年>

2020年



やはり線形代数でも紹介した，数研出版の教科書です。



<タイトル>

チャート式シリーズ 大学教養 微分積分の基礎

<監修者>

市原一裕, 加藤文元

<出版社>

数研出版

<出版年>

2021年

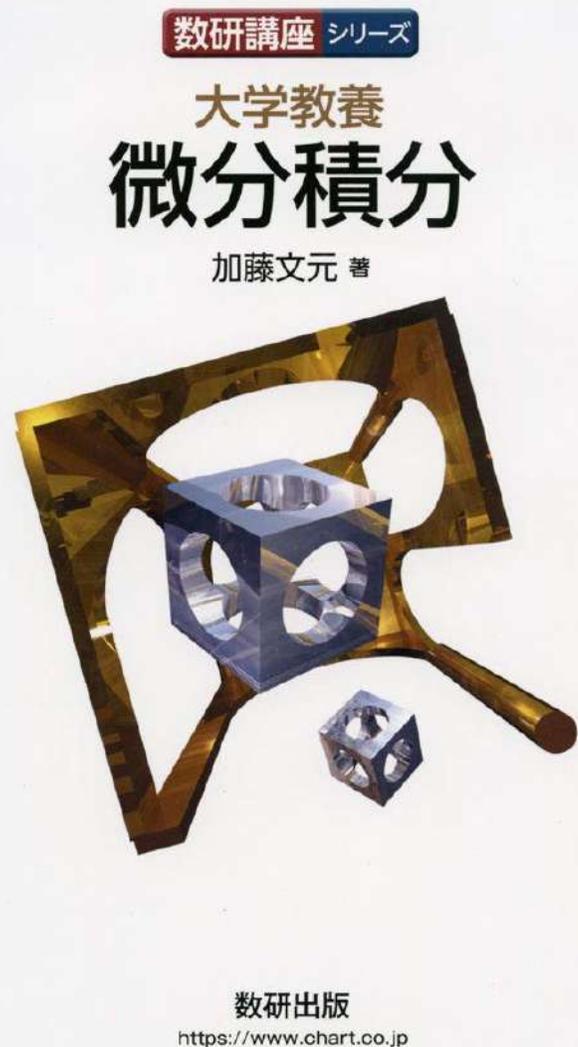


演習書として、黄チャートも発売されています。

中級レベルの本



ここからは、より専門書チックに書かれた本を紹介していきます。



<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 微分積分

<著者>

加藤文元

<出版社>

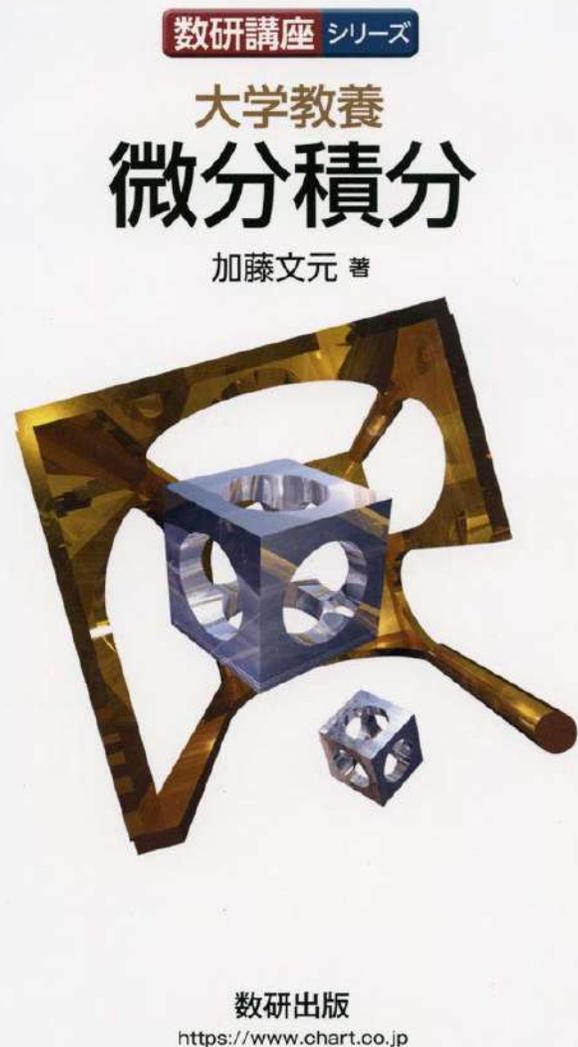
数研出版

<出版年>

2019年



4冊目は、こちらです。



<タイトル>

数研講座シリーズ 大学教養 微分積分

<著者>

加藤文元

<出版社>

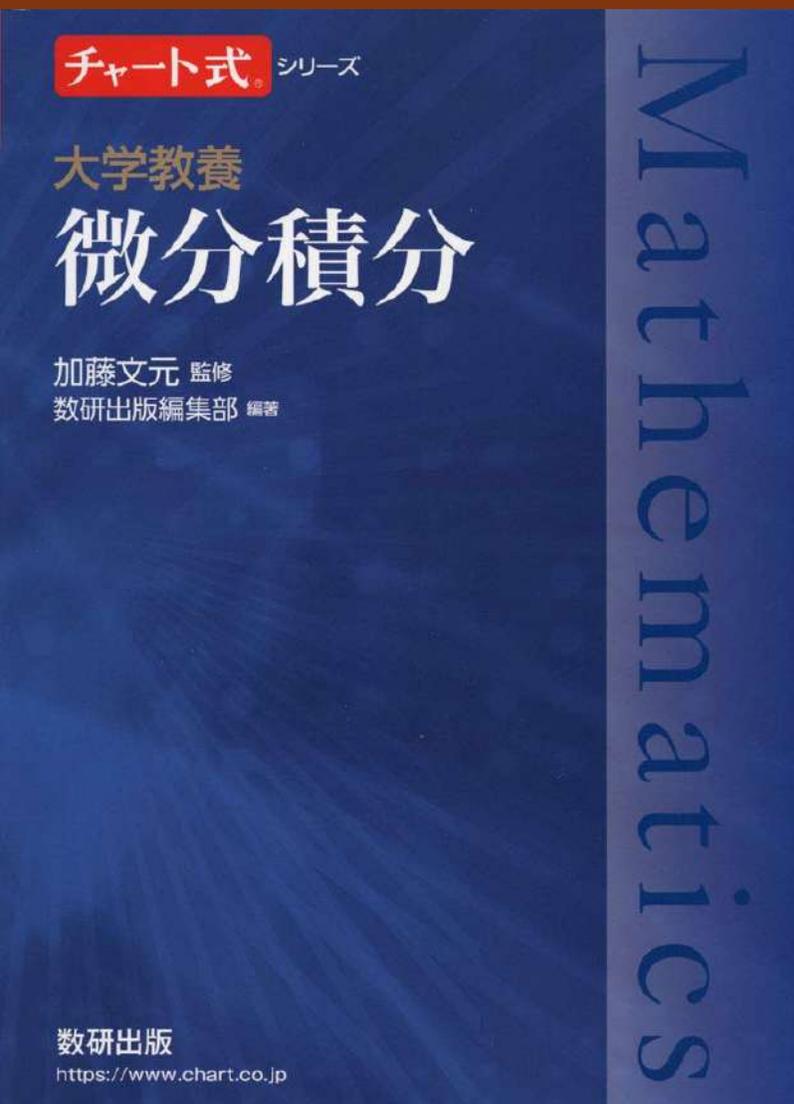
数研出版

<出版年>

2019年



先ほどの中級バージョンで，数学科の方も安心して読める1冊です。



<タイトル>

チャート式シリーズ 大学教養 微分積分

<監修者>

加藤文元

<出版社>



数研出版

<出版年>

2019年

線形代数と同様に，青チャートも発売されています。

齋藤正彦 微分積分学

高等学校の要約からベクトル解析の概要まで、
随所で新しい驚きと大胆なアイデアが溢れている。
 $\frac{dy}{dx}$ は分数の感覚で。ε-δ論法は、
数学的な定義だけでなく、
心の中でも理解する。指数関数・対数関数は
明晰に定義すれば、理解は一層確実なものに。
級数展開を利用した、興味深く役に立つ数値計算の数々。
定義がきちんとされているか、
厳密な証明は済んだかといったことも
常に念頭に置いて議論が進むので、読んでいて心地よい。
定番・決定版といっても過言ではない、
分かりやすく挑戦し甲斐のある新しい微積分教科書。

東京図書

<タイトル>

齋藤正彦 微分積分学

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京図書

<出版年>

2006年



5冊目は、こちらです。

齋藤正彦 微分積分学

高等学校の要約からベクトル解析の概要まで、
随所で新しい驚きと大胆なアイデアが溢れている。
 $\frac{dy}{dx}$ は分数の感覚で。ε-δ論法は、
数学的な定義だけでなく、
心の中でも理解する。指数関数・対数関数は
明晰に定義すれば、理解は一層確実なものに。
級数展開を利用した、興味深く役に立つ数値計算の数々。
定義がきちんとされているか、
厳密な証明は済んだかといったことも
常に念頭に置いて議論が進むので、読んでいて心地よい。
定番・決定版といっても過言ではない、
分かりやすく挑戦し甲斐のある新しい微積分教科書。

東京図書

<タイトル>

齋藤正彦 微分積分学

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京図書

<出版年>

2006年



線形代数で紹介した本と同じシリーズで、読みやすい構成が特徴です。

齋藤正彦 微分積分学

高等学校の要約からベクトル解析の概要まで、
随所で新しい驚きと大胆なアイデアが溢れている。
 $\frac{dy}{dx}$ は分数の感覚で。ε-δ論法は、
数学的な定義だけでなく、
心の中でも理解する。指数関数・対数関数は
明晰に定義すれば、理解は一層確実なものに。
級数展開を利用した、興味深く役に立つ数値計算の数々。
定義がきちんとされているか、
厳密な証明は済んだかといったことも
常に念頭に置いて議論が進むので、読んでいて心地よい。
定番・決定版といっても過言ではない、
分かりやすく挑戦し甲斐のある新しい微積分教科書。

<タイトル>

齋藤正彦 微分積分学

<著者>

齋藤正彦

<出版社>

東京図書

<出版年>

2006年



東京図書

厳密な議論についてもきちんと書かれている，スタンダードな1冊です。

サイエンスライブラリ 数学 = 37

新装改版

微分積分学

笠原 皓司 著

ロングセラー
新版!

笠原の微分積分学

待望の新装改版!!

サイエンス社

<タイトル>

サイエンスライブラリ数学37 新装改版 微分積分学

<著者>

笠原皓司

<出版社>



サイエンス社

<出版年>

2025年

6冊目は、こちらです。

サイエンスライブラリ 数学 = 37

新装改版

微分積分学

笠原 皓司 著

笠原の微分積分学

ロングセラー
新版!

待望の新装改版!!

サイエンス社

<タイトル>

サイエンスライブラリ数学37 新装改版 微分積分学

<著者>

笠原皓司

<出版社>



サイエンス社

<出版年>

2025年

この本は、昔から定評のある1冊で、つい先日改訂されました。

サイエンスライブラリ 数学 = 37

新装改版

微分積分学

笠原 皓司 著

笠原の微分積分学

ロングセラー
新版!

待望の新装改版!!

サイエンス社

<タイトル>

サイエンスライブラリ 数学37 新装改版 微分積分学

<著者>

笠原皓司

<出版社>



サイエンス社

<出版年>

2025年

微積分の幅広い内容について解説した、非の打ち所のない1冊です。

上級レベルの本

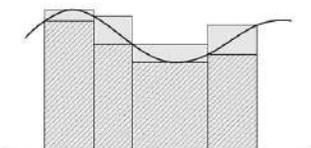


最後に，昔からの定番の数学書を3冊紹介します。

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 上

Analysis I
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

4

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 上

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

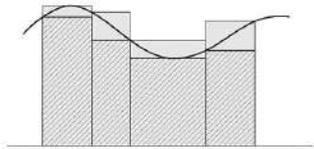


7冊目は、こちらです。

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 上

Analysis I
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

4

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 上

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

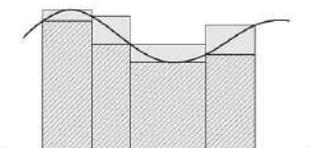


松坂先生の有名なシリーズで、

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 上

Analysis I
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

4

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 上

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

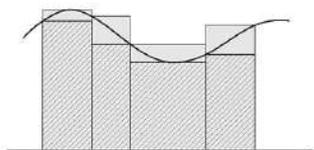
2018年



両端に余白があり，とても使いやすい本です。

「微積分入門からルベーグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 上
Analysis I
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

4

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 上

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

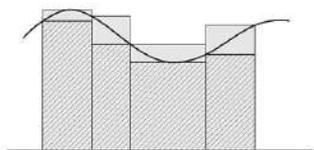


微分積分だけでなく，線形代数，ベクトル解析，複素解析，

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 上

Analysis I
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

4

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 上

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

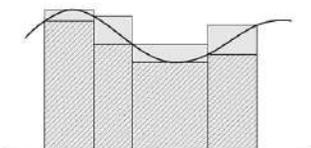


フーリエ解析，ルベグ積分といった，幅広いジャンルを扱っています。

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 上

Analysis I
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

4

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 上

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

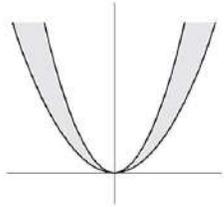


1変数関数の微積分は上巻,

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 中

Analysis II
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

5

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 中

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

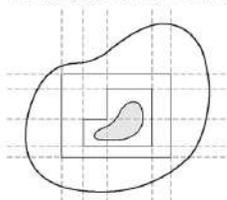


多変数関数の微分は中巻,

「微積分入門からルベグ積分まで自習できる」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
解析入門 下

Analysis III
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店

6

<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ4 解析入門 下

<著者>

松坂和夫

<出版社>

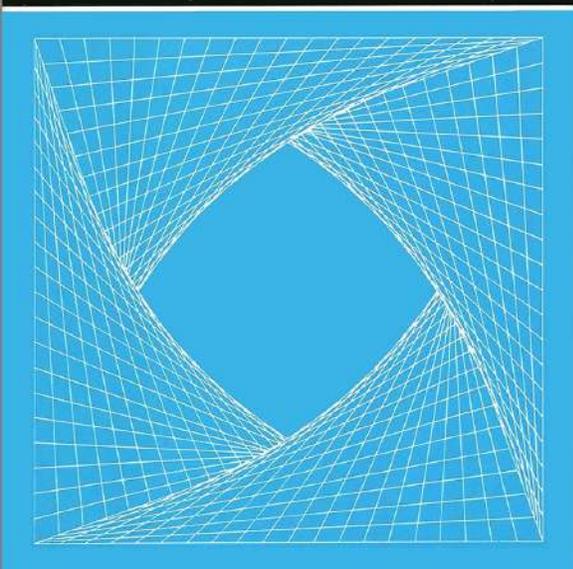
岩波書店

<出版年>

2018年



多変数関数の積分は下巻で主に扱われています。



<タイトル>

基礎数学2 解析入門 I

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

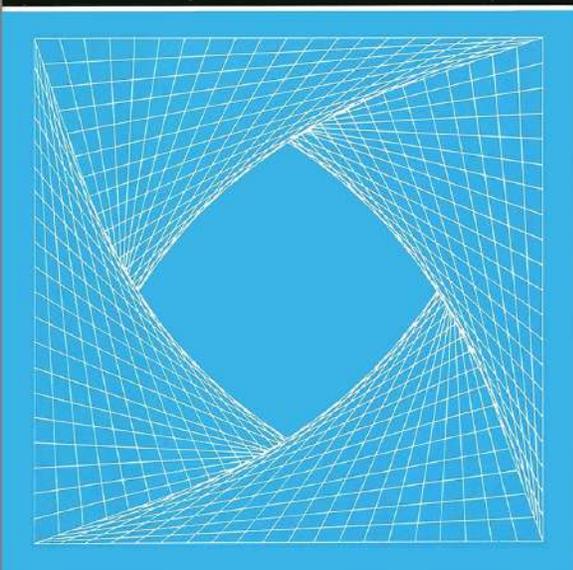
東京大学出版会

<出版年>

1980年



8冊目は、こちらです。



<タイトル>

基礎数学2 解析入門 I

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

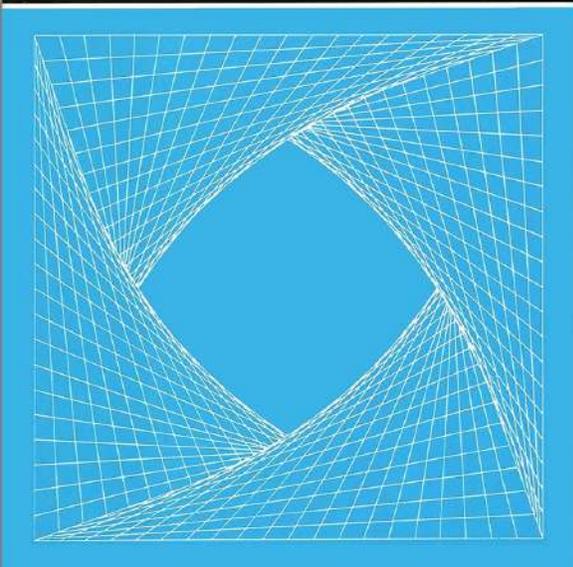
東京大学出版会

<出版年>

1980年



線形代数でも紹介した，基礎数学シリーズの本です。



<タイトル>

基礎数学2 解析入門 I

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

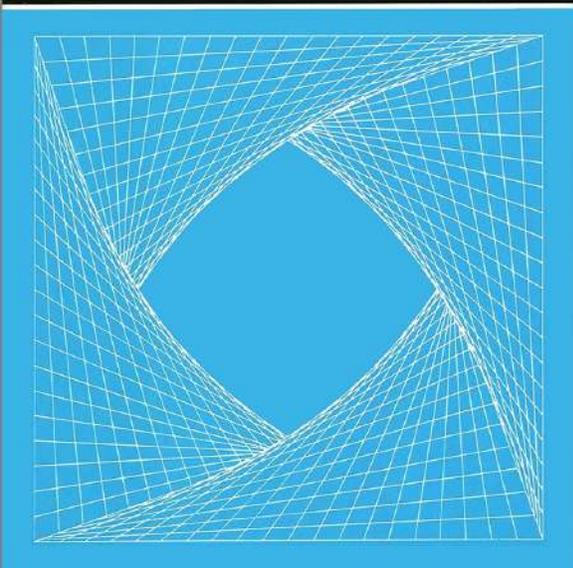


東京大学出版会

<出版年>

1980年

こちらも、ベクトル解析や複素解析をカバーしており、



<タイトル>

基礎数学2 解析入門 I

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

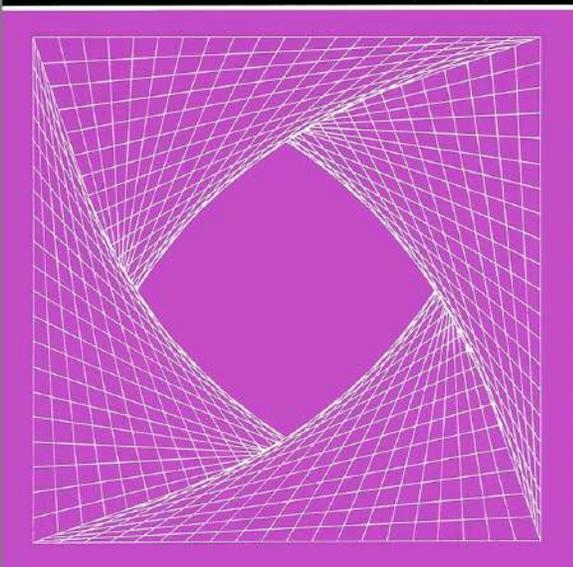
東京大学出版会

<出版年>

1980年



1巻では，1変数関数の微積分や多変数関数の微分を扱い，



<タイトル>

基礎数学3 解析入門II

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

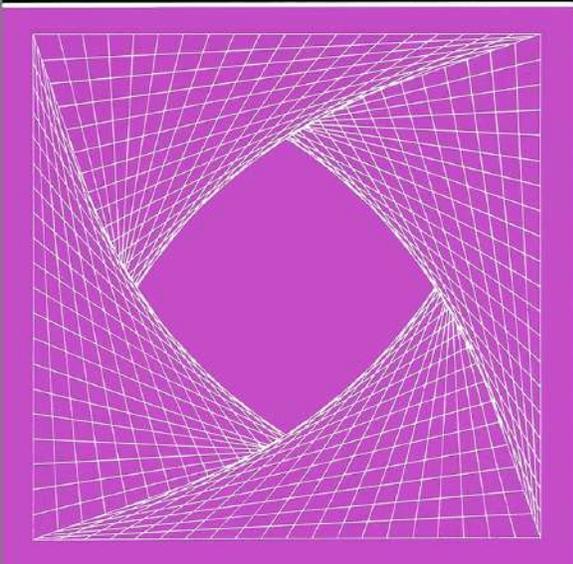
東京大学出版会

<出版年>

1985年



2巻では，多変数関数の積分や，ベクトル解析，複素解析を扱っています。



<タイトル>

基礎数学3 解析入門II

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

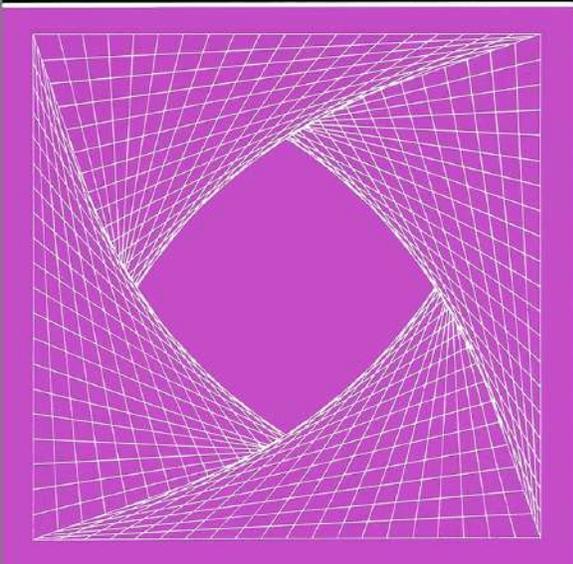
東京大学出版会

<出版年>

1985年



難解な内容が多いため、読みづらいつと感じる方も多いため、



<タイトル>

基礎数学3 解析入門II

<著者>

杉浦光夫

<出版社>

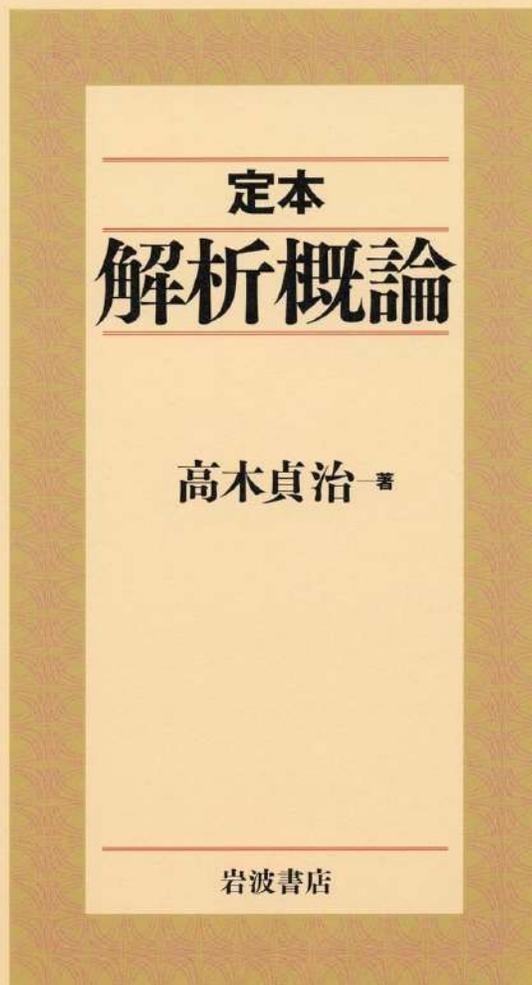


東京大学出版会

<出版年>

1985年

数学科は一度は触れておきたい本です。



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

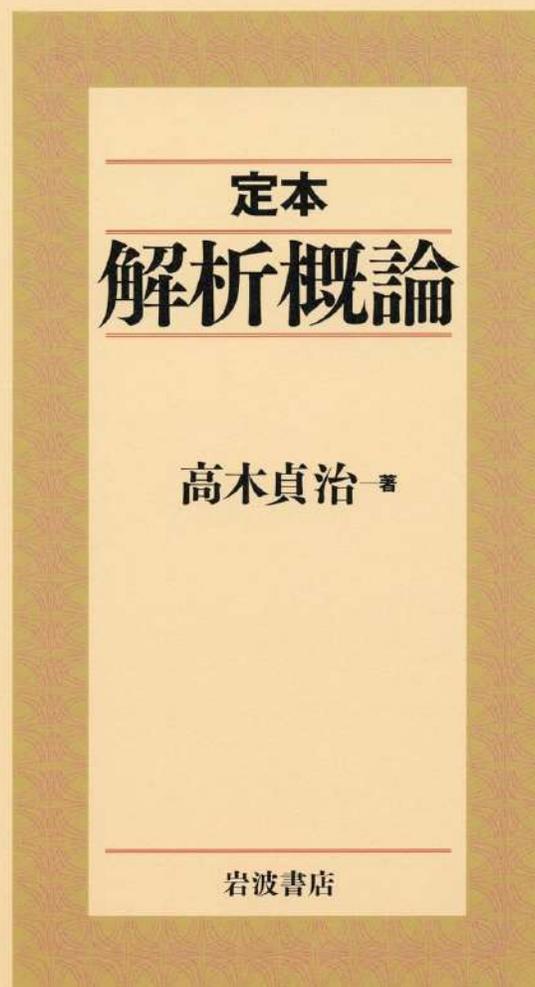
岩波書店

<出版年>

2010年



9冊目は、こちらです。



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

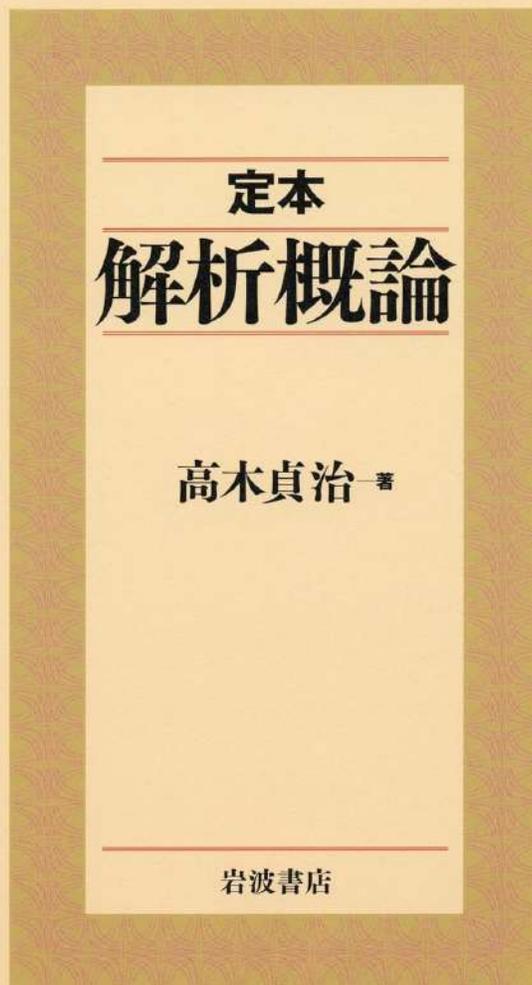
岩波書店

<出版年>

2010年



数学の世界では誰もが知る名著です。



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

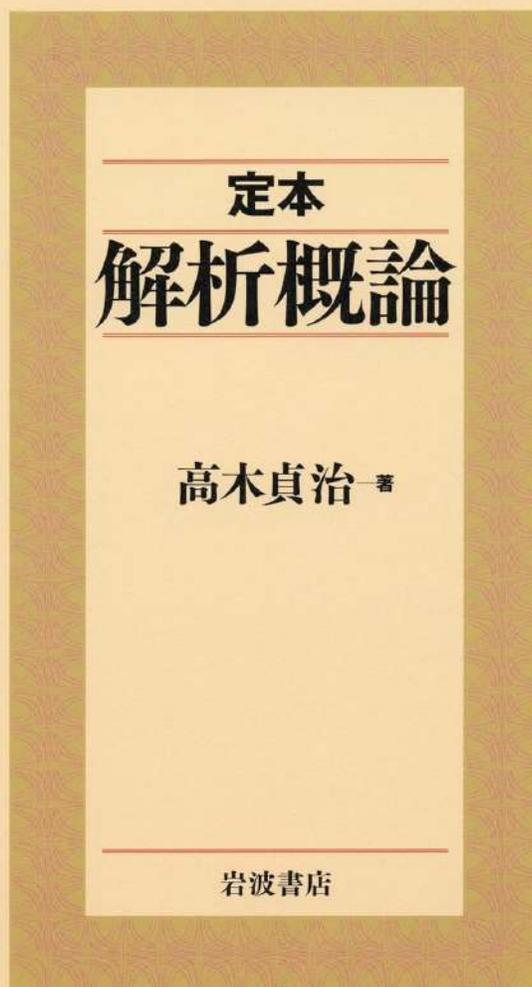
岩波書店

<出版年>

2010年



微積分にとどまらず，幅広い内容をカバーし，



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

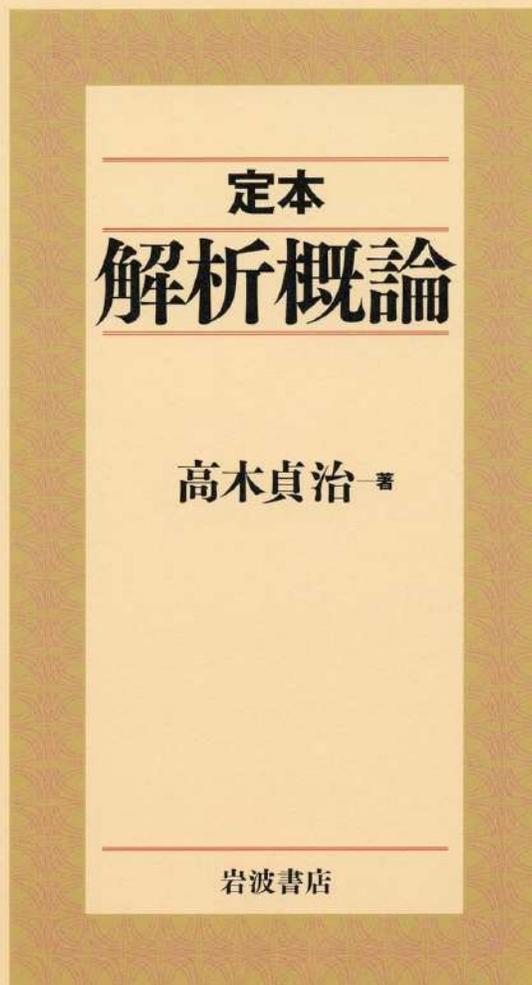
岩波書店

<出版年>

2010年



数学書の源流を作ったといっても過言ではないと思います。



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

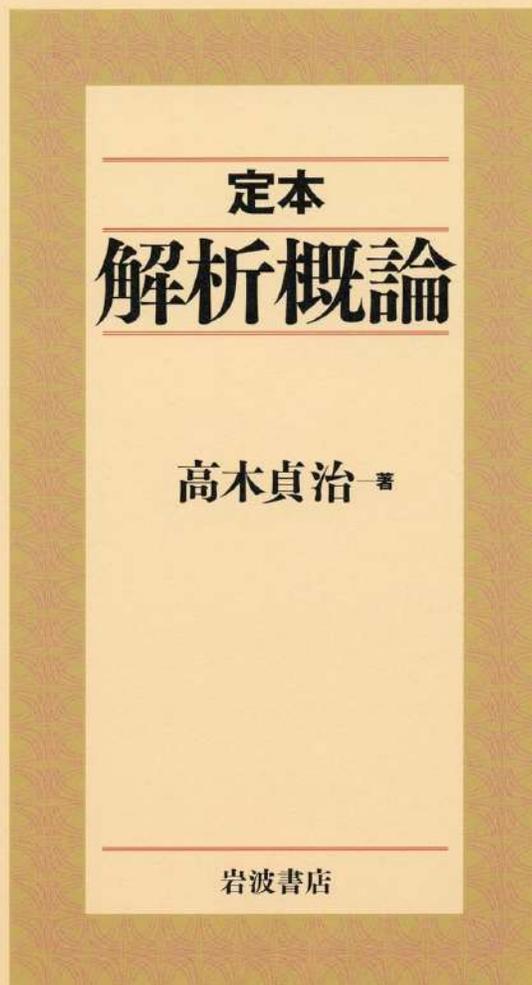
岩波書店

<出版年>

2010年



古くからある本で、初版に比べてかなり読みやすくなっているものの、



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

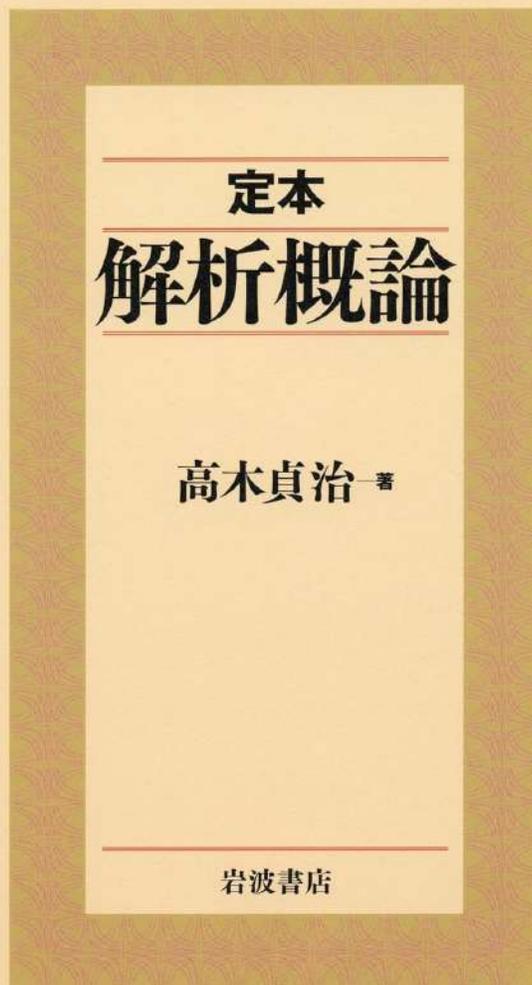
岩波書店

<出版年>

2010年



それでもなお読み切るのが難しい1冊です。



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

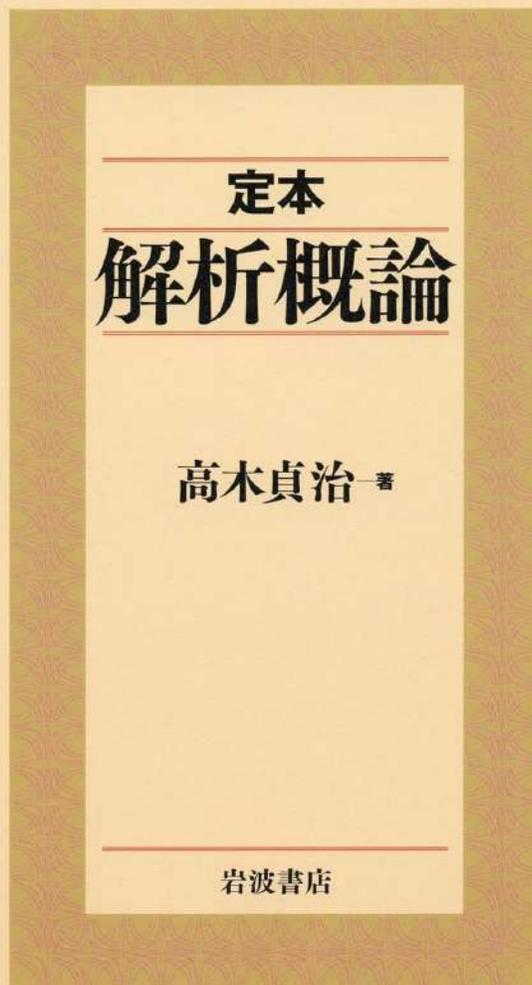
岩波書店

<出版年>

2010年



数学科以外の方にはおすすりめしません。



<タイトル>

定本 解析概論

<著者>

高木貞治

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2010年



事典として活用しても良いでしょう。

4. 集合論・位相空間論

1.集合論とは

4. 集合論・位相空間論

2.初級レベルの本
3.初級レベルの本
4.中級レベルの本

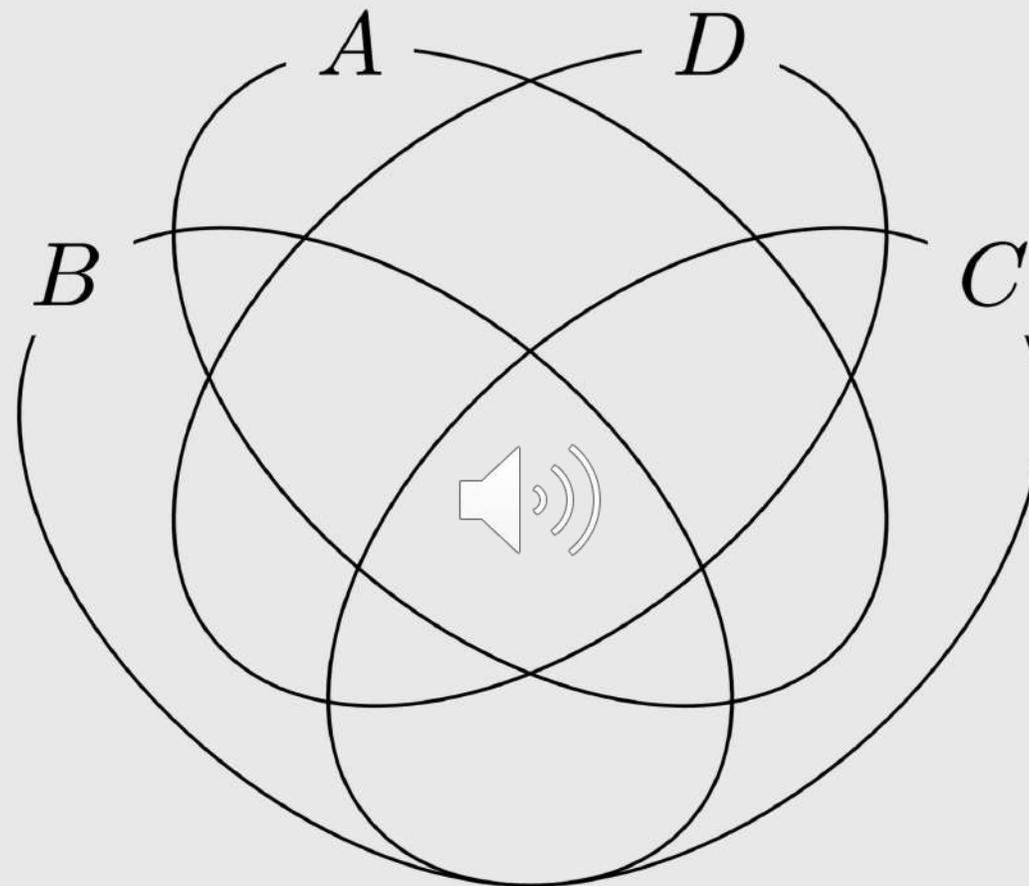
4. 集合論・位相空間論

1. 集合論とは
2. 位相空間論とは
3. 初級レベルの本
4. 中級レベルの本

最後に、集合と位相の数学書を紹介していきます。

集合論とは

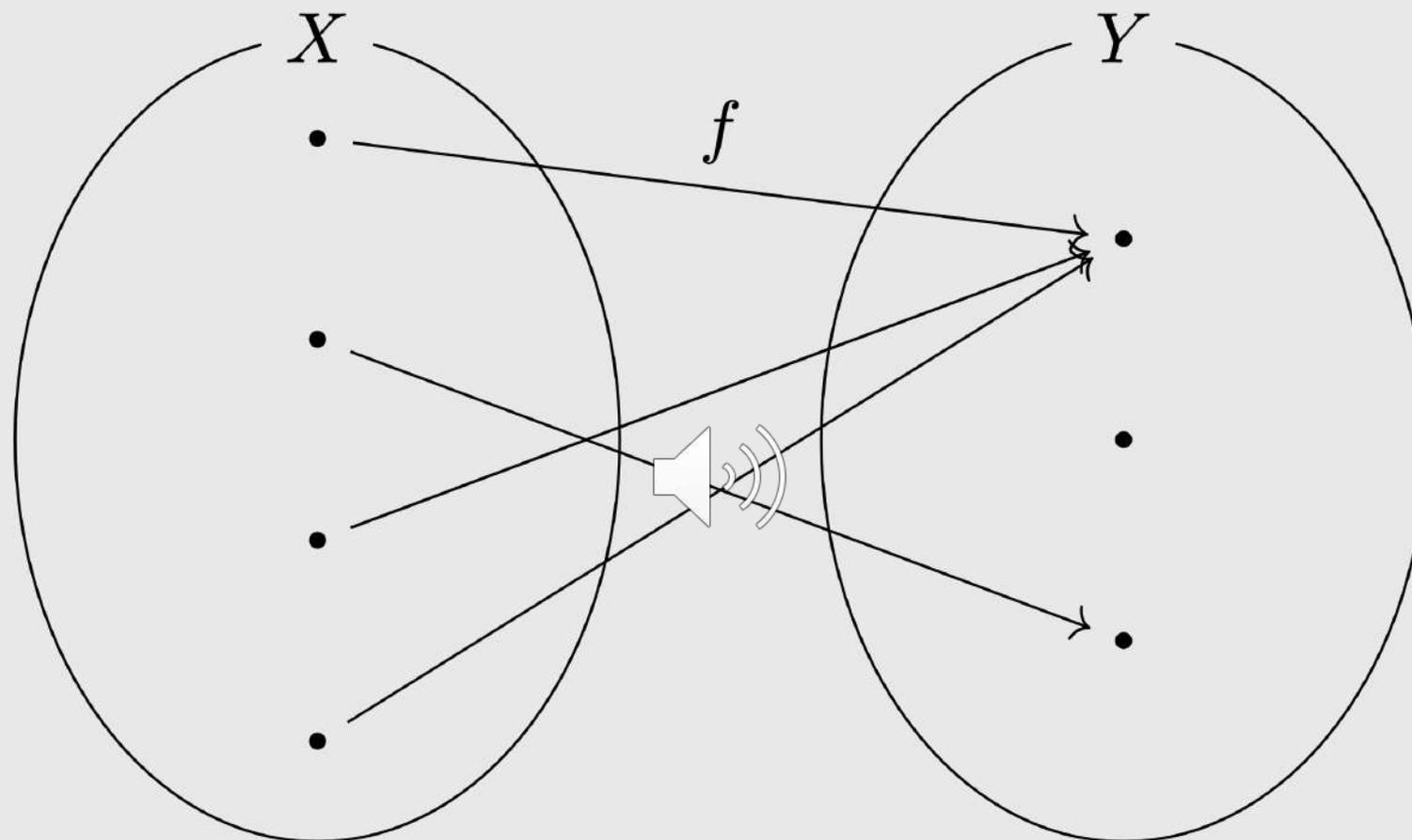
高校数学では軽視されがちな集合ですが，非常に重要な分野です。



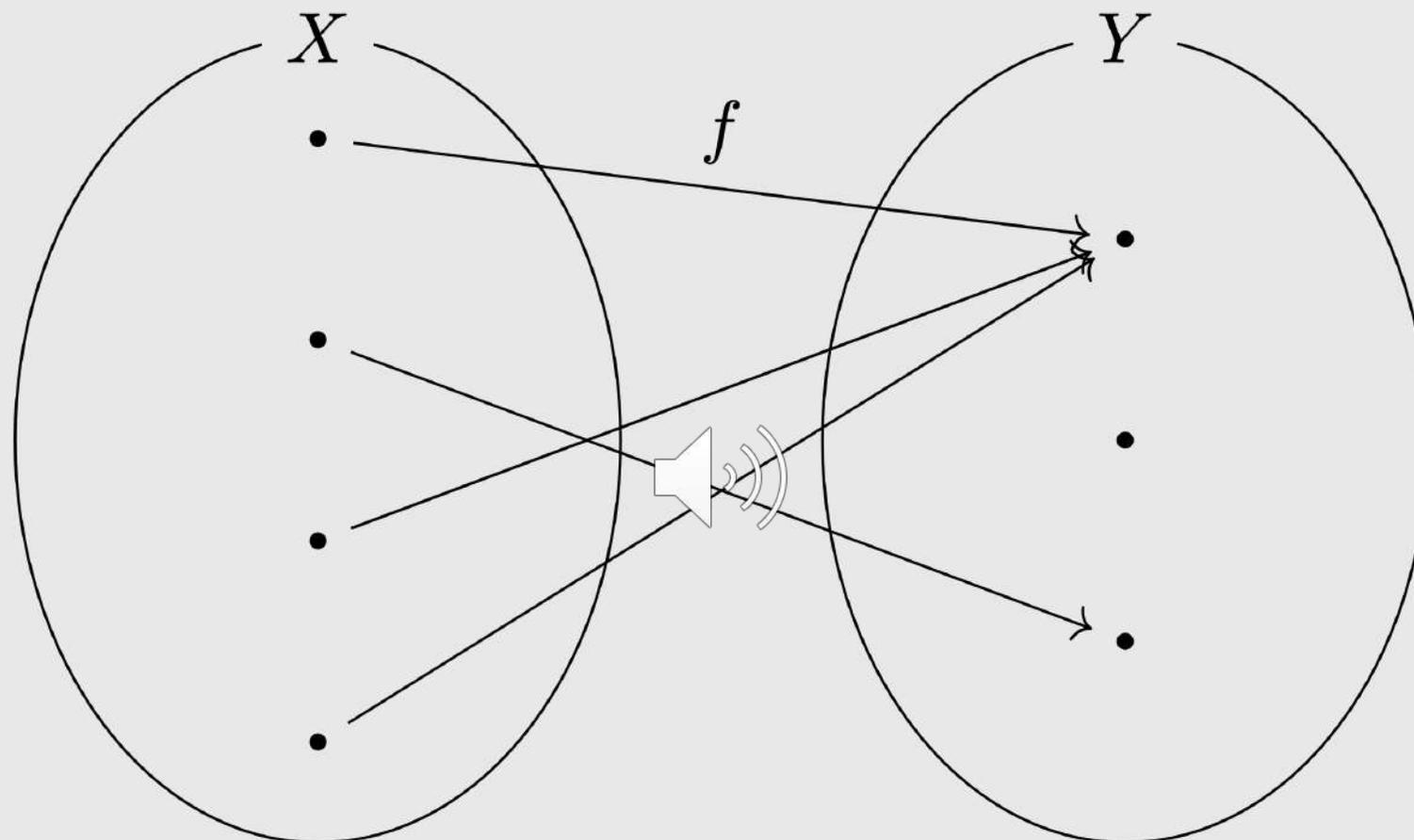
ありとあらゆる数学書に集合が登場し、
集合によって数学は記述されています。

$$f : X \rightarrow Y$$

大学数学では，写像がたくさん登場します。



写像とは，集合と集合の対応関係のようなもので，関数は写像の1種です．



連続写像，線形写像，実関数，ベクトル関数，複素関数，準同型写像など，
様々な写像がその性質を特徴づけます。

$$x \sim y$$

また，二項関係も重要です。

$$(1) \quad \forall x \in S, x \sim x$$

$$(2) \quad \forall x, y \in S, x \sim y \implies y \sim x$$

$$(3) \quad \forall x, y, z \in S, x \sim y \text{ かつ } y \sim z \implies x \sim z$$

イコールや図形の相似などといった、同じであることを表す同値関係や、

$$(1) \quad \forall x \in S, x \leq x$$

$$(2) \quad \forall x, y \in S, x \leq y \text{ かつ } y \leq x \implies x = y$$

$$(3) \quad \forall x, y, z \in S, x \leq y \text{ かつ } y \leq z \implies x \leq z$$

大小関係や包含関係などといった，順序を定める順序関係など，

$$x \sim y$$

対象の間の規則を考えることは、とても重要です。

Zermelo-Fraenkel set theory with the axiom of Choice

現代数学では、ZFCと呼ばれる公理系のもとで、
集合を考えることが多いです。

1. 外延性公理
2. 対の公理
3. 和集合公理
4. 冪集合公理
5. 分出公理
6. 置換公理
7. 無限公理
8. 正則性公理
9. 選択公理

これは、集合をより厳密に定めるのに必要な性質で、

1. 外延性公理
2. 対の公理
3. 和集合公理
4. 冪集合公理
5. 分出公理
6. 置換公理
7. 無限公理
8. 正則性公理
9. 選択公理

その1つである選択公理は，様々な命題に言い換えることができます。



こうした数学の土台について考えることは、
数学を学ぶうえで、避けては通れないのです。

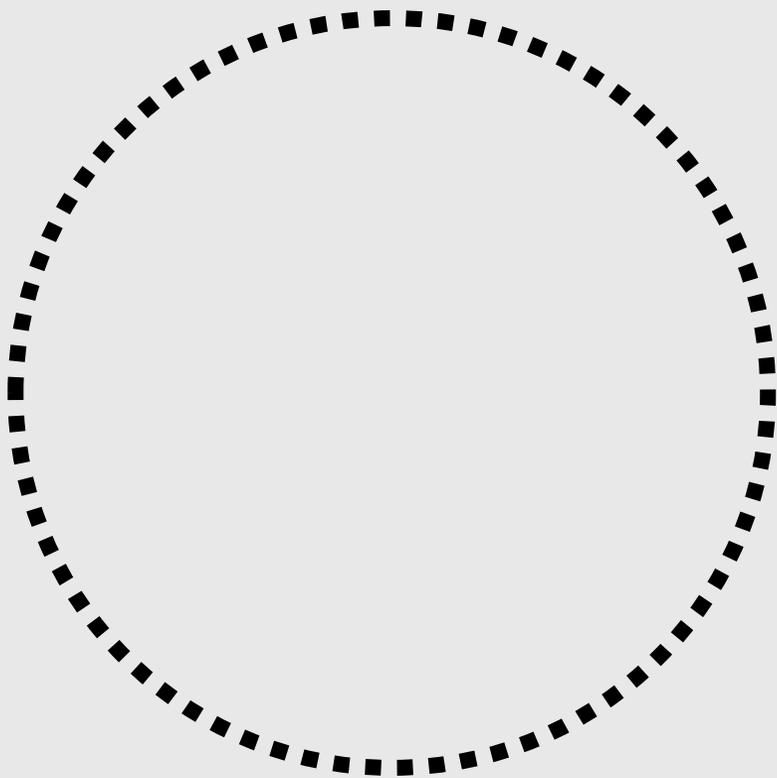
位相空間論とは

もう1つの、「位相」とは何でしょうか。

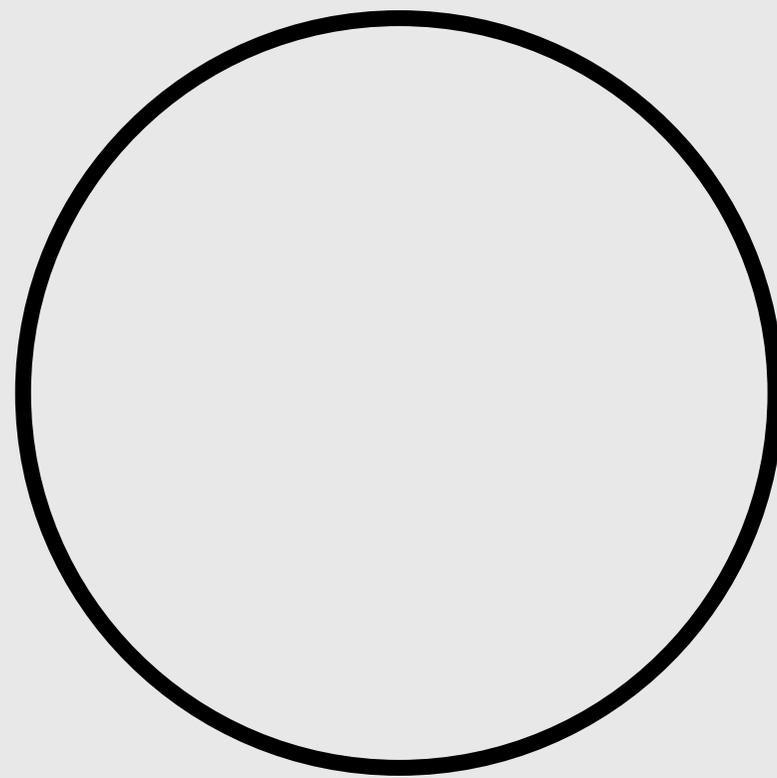


数学における位相とは，開集合の定め方を指します。

開集合



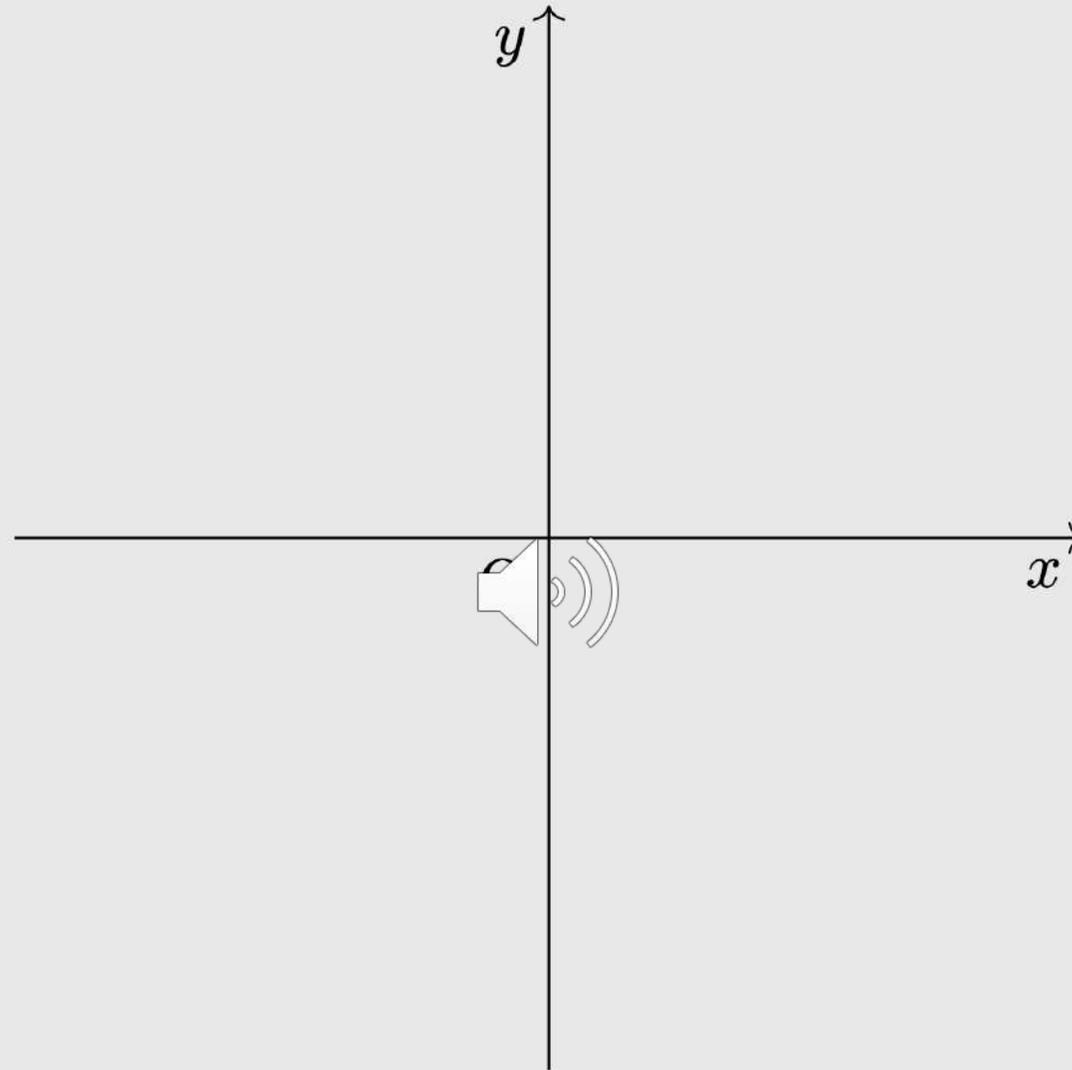
閉集合



例えば，2次元平面では，境界を含まない集合を開集合と定め，境界を持つ集合を閉集合と定めます。

$$\emptyset, \mathbb{R}^2 \in \mathcal{O}$$

ただし，空集合や全体集合は開集合とします。



これは、2次元ユークリッド空間と呼ばれる位相空間になります。

$$\forall U_1, U_2 \in \mathcal{O}, U_1 \cap U_2 \in \mathcal{O}$$

有限個の開集合の共通部分は開集合になり,

$$\forall \{U_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}, \bigcup_{\lambda \in \Lambda} U_\lambda \in \mathcal{O}$$

有限個でも無限個でも，開集合の和集合は開集合になるので，

$$(1) \quad \emptyset, \mathbb{R}^2 \in \mathcal{O}$$

$$(2) \quad \forall U_1, U_2 \in \mathcal{O}, U_1 \cap U_2 \in \mathcal{O}$$

$$(3) \quad \forall \{U_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}, \bigcup_{\lambda \in \Lambda} U_\lambda \in \mathcal{O}$$

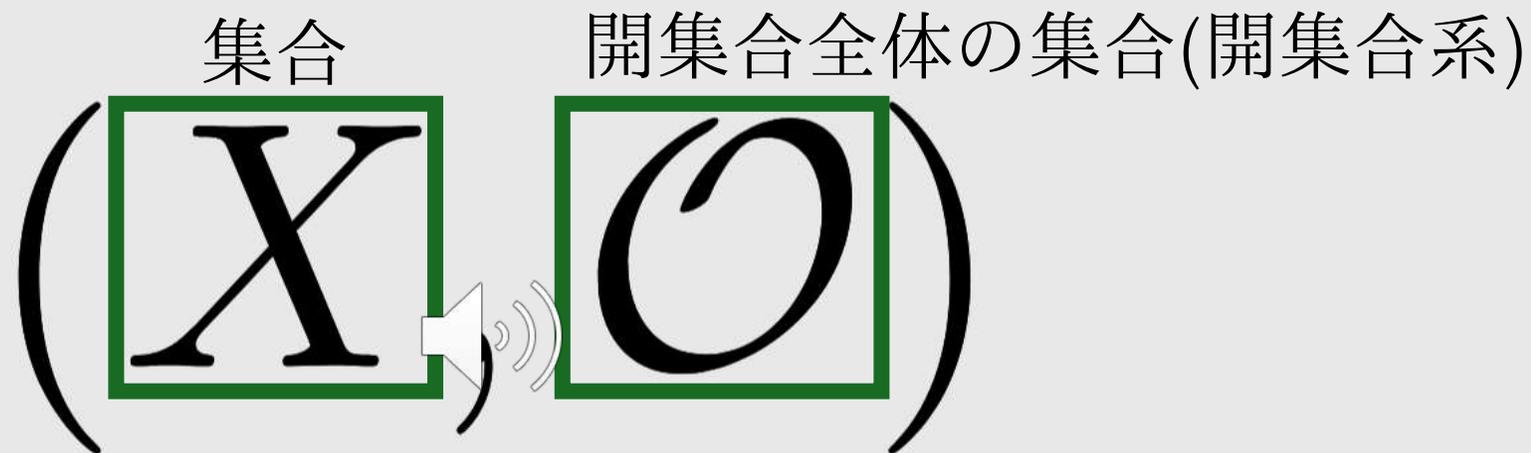
開集合は、これら3つの性質を満たしていることが分かります。

$$(1) \quad \emptyset, \mathbb{R}^2 \in \mathcal{O}$$

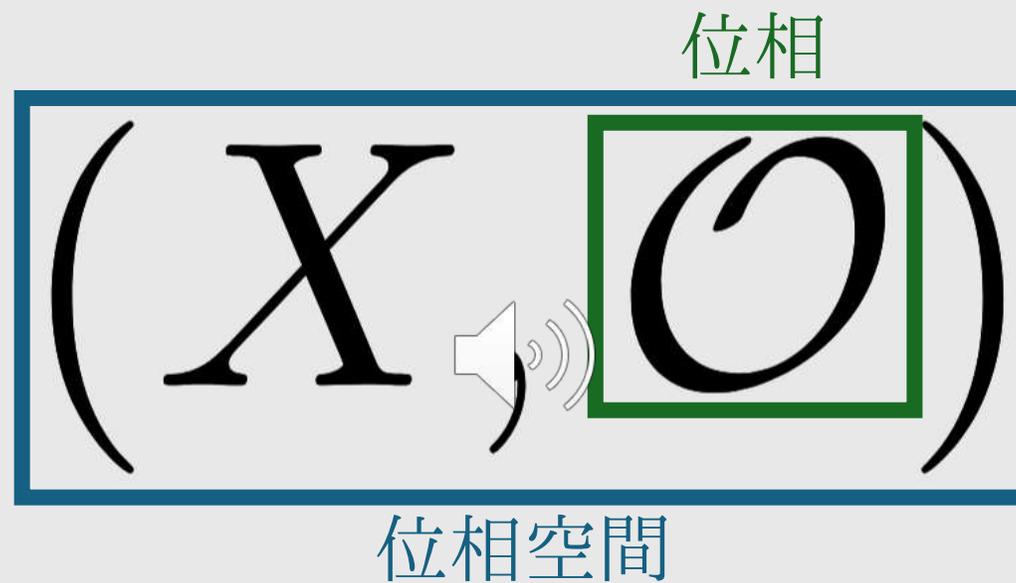
$$(2) \quad \forall U_1, U_2 \in \mathcal{O}, U_1 \cap U_2 \in \mathcal{O}$$

$$(3) \quad \forall \{U_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}, \bigcup_{\lambda \in \Lambda} U_\lambda \in \mathcal{O}$$

逆に，これらの性質を満たすものを開集合と呼ぶことにすると，



一般の集合に対して，その開集合を様々な方法で定義することができます。



この定め方を位相といい，位相が定まった集合を位相空間といいます。

(X, \mathcal{O})

位相空間もありとあらゆる数学で用いられる，非常に重要な概念です。



数学科以外の方にとっては、あまり関わりがないかもしれませんが、
このような分野もあるのです。

初級レベルの本



それでは、おすすめの本を紹介していきます。

初級レベルの本



集合と位相については，1冊の本にまとめて書かれていることが多いです。



<タイトル>

集合・位相・圏 数学の言葉への最短コース

<著者>

原啓介

<出版社>

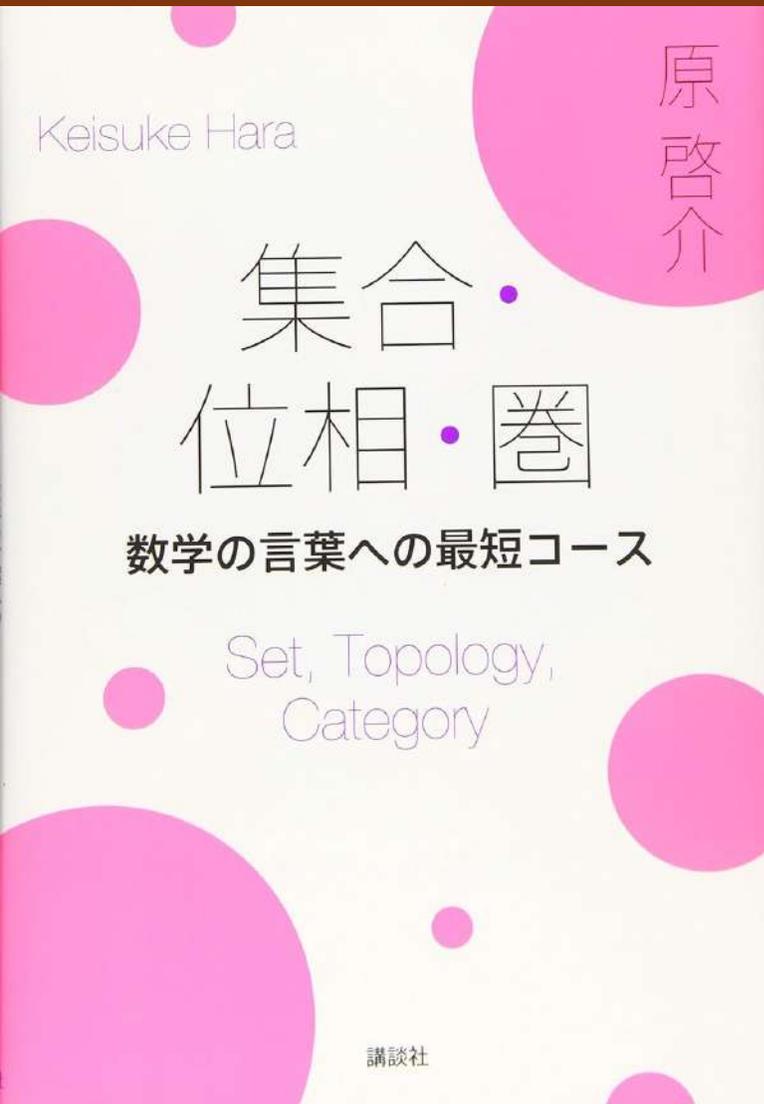
講談社

<出版年>

2020年



1冊目は、こちらです。



<タイトル>

集合・位相・圏 数学の言葉への最短コース

<著者>

原啓介

<出版社>

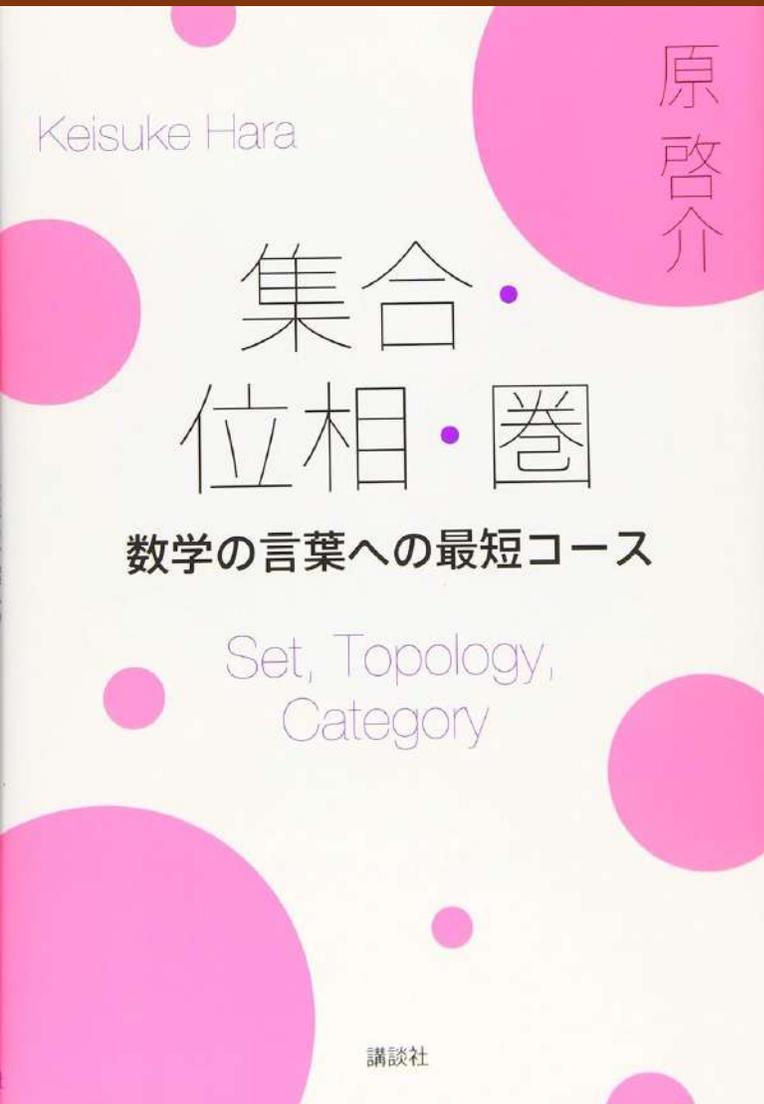
講談社

<出版年>

2020年



この本には，集合と位相に加え，



原啓介

<タイトル>

集合・位相・圏 数学の言葉への最短コース

<著者>

原啓介

<出版社>

講談社

<出版年>

2020年



同じく現代数学を支える圏についても書かれています。



<タイトル>

集合・位相・圏 数学の言葉への最短コース

<著者>

原啓介

<出版社>

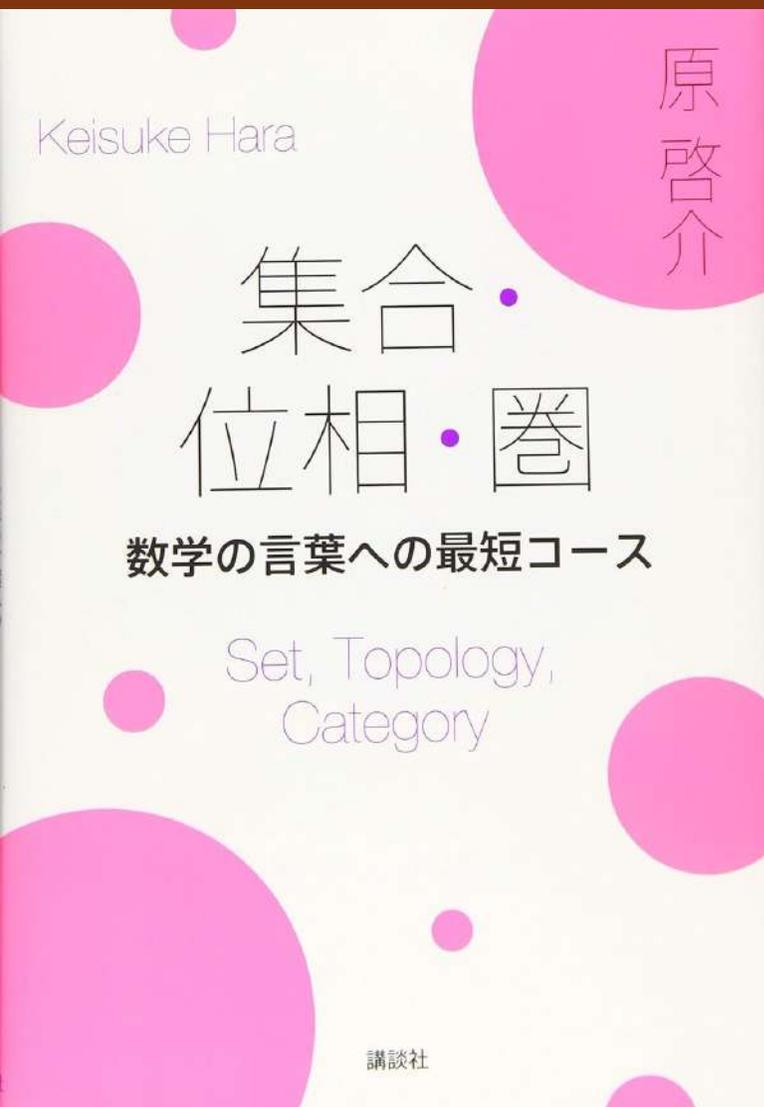
講談社

<出版年>

2020年



この1冊で集合と位相をマスターするというよりは、



<タイトル>

集合・位相・圏 数学の言葉への最短コース

<著者>

原啓介

<出版社>

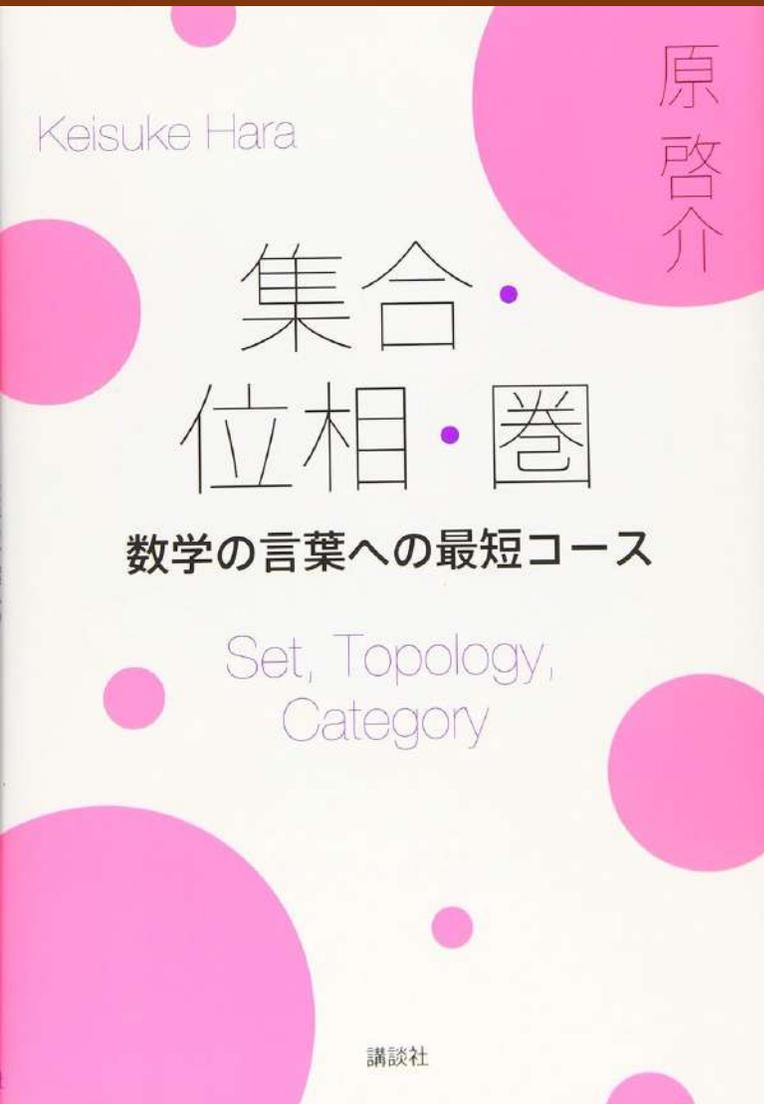
講談社

<出版年>

2020年



集合と位相の全体像を掴むことを目的として使うのが良いと思います。



<タイトル>

集合・位相・圏 数学の言葉への最短コース

<著者>

原啓介

<出版社>

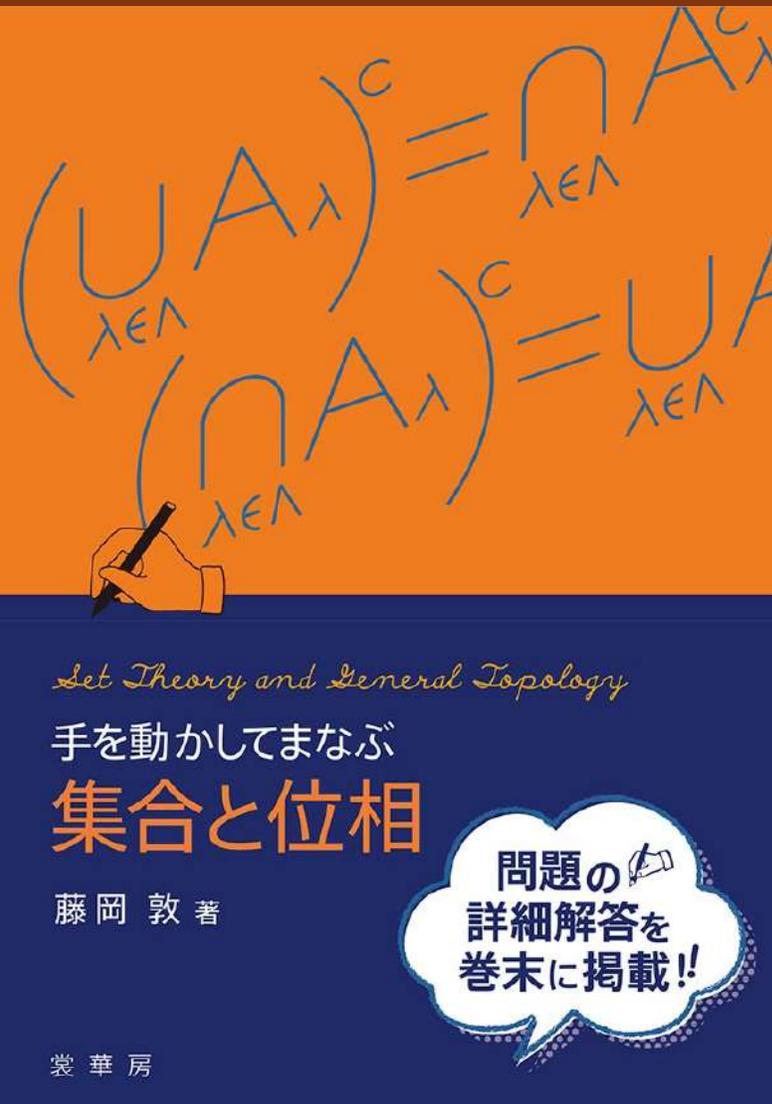
講談社

<出版年>

2020年



本格的な内容については省略されているので、注意が必要です。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 集合と位相

<著者>

藤岡敦

<出版社>

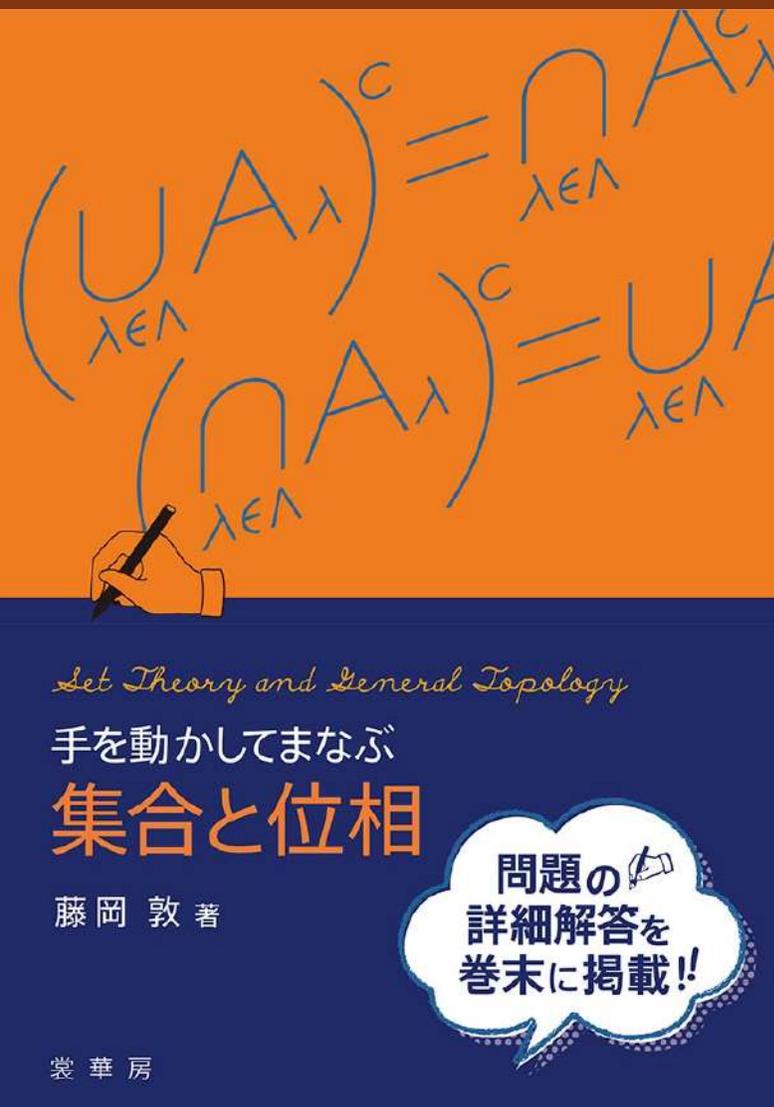


裳華房

<出版年>

2020年

2冊目は、こちらです。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 集合と位相

<著者>

藤岡敦

<出版社>

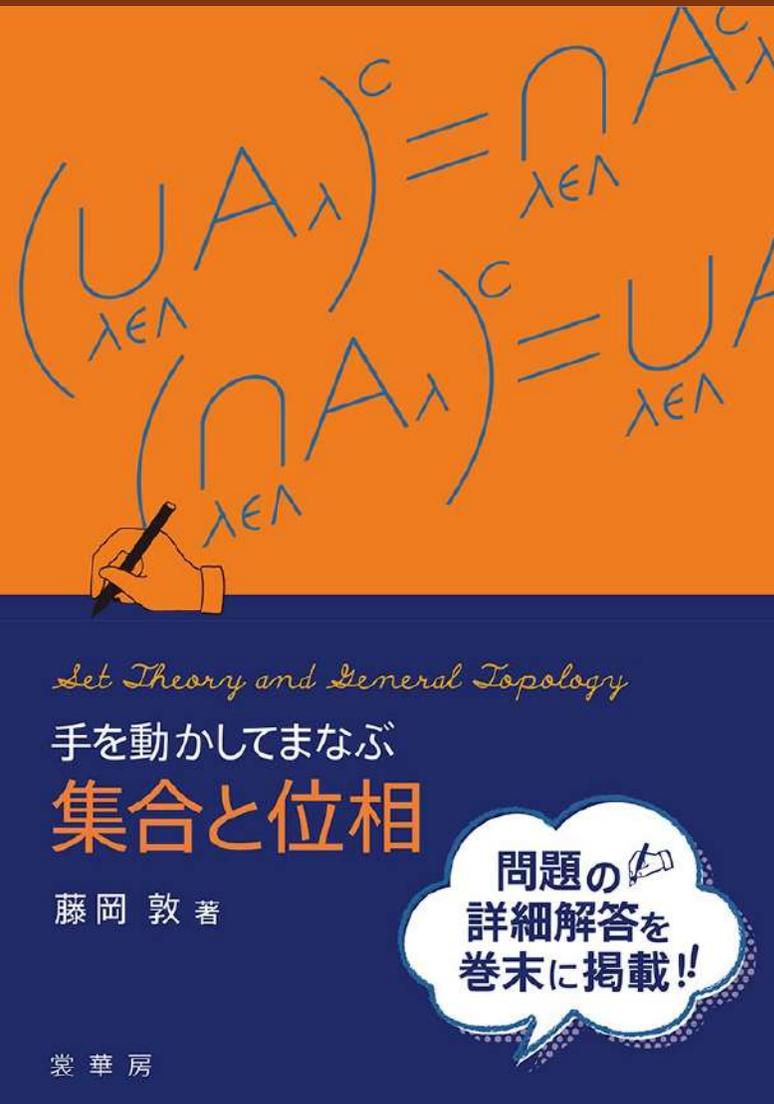


裳華房

<出版年>

2020年

何度も登場している，手を動かしてまなぶシリーズの1冊です。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 集合と位相

<著者>

藤岡敦

<出版社>

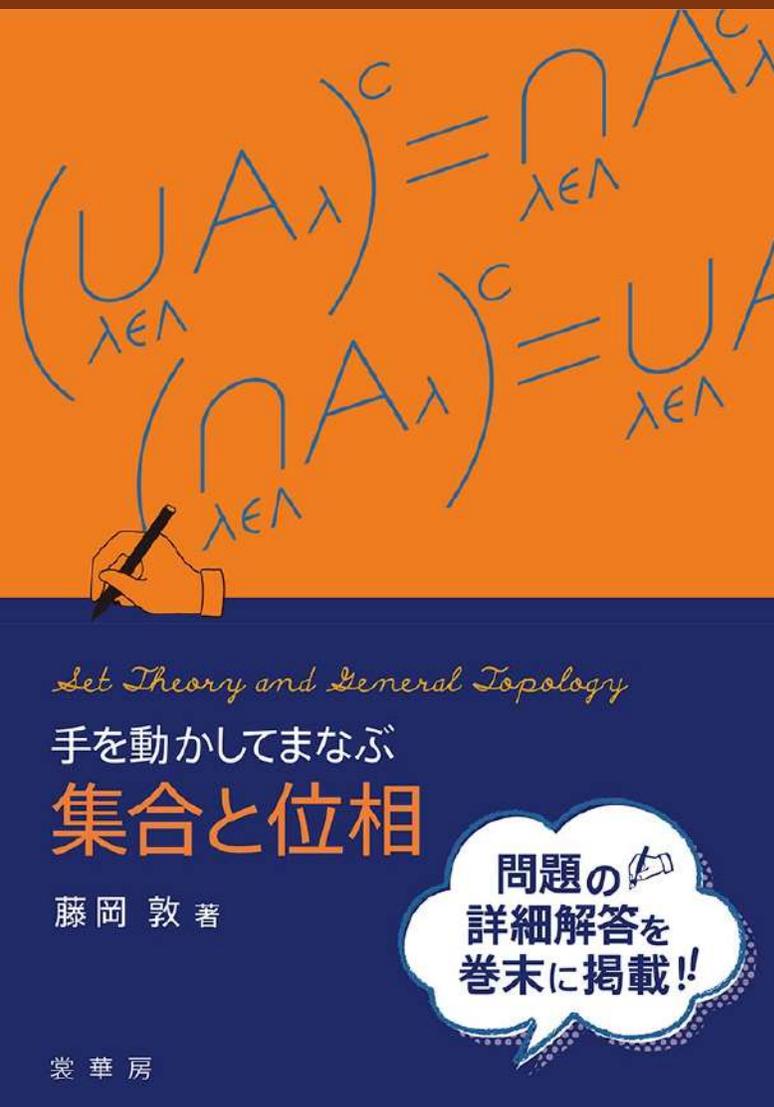
裳華房

<出版年>

2020年



集合と位相については、非常に重要な分野であるからこそ、



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 集合と位相

<著者>

藤岡敦

<出版社>

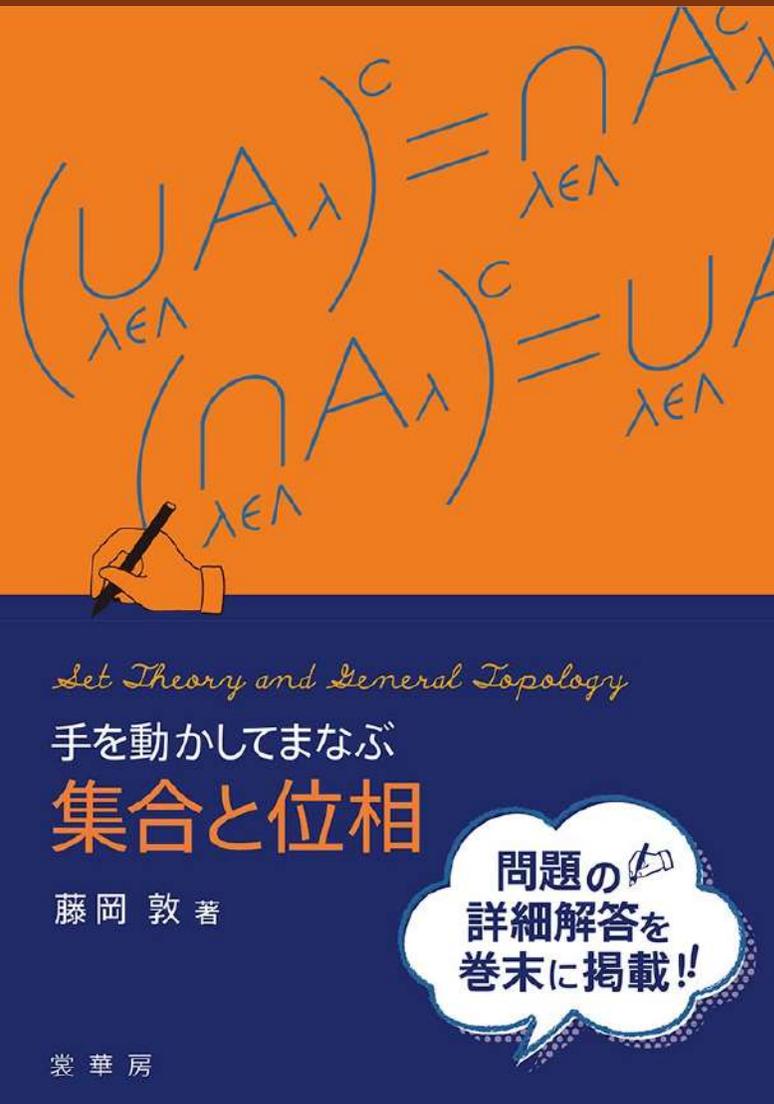
裳華房

<出版年>

2020年



実際に手を動かし，しっかりと理解する必要があります。



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 集合と位相

<著者>

藤岡敦

<出版社>

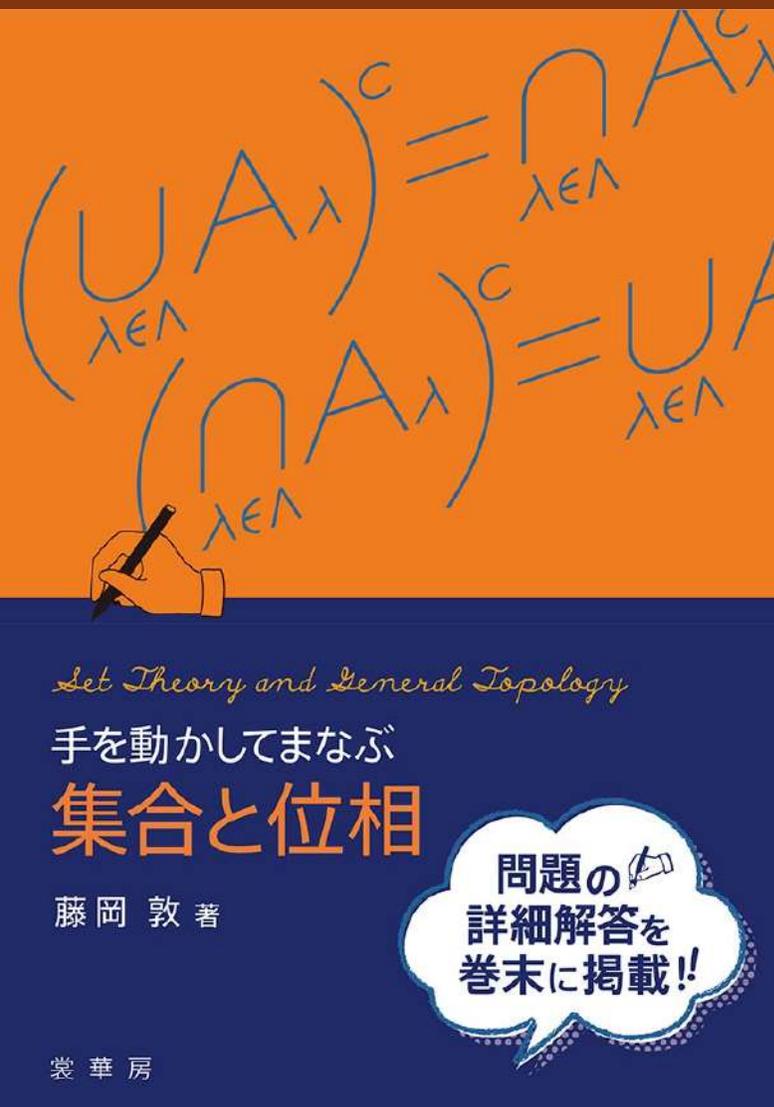


裳華房

<出版年>

2020年

まずは、この本を使って、



<タイトル>

手を動かしてまなぶ 集合と位相

<著者>

藤岡敦

<出版社>

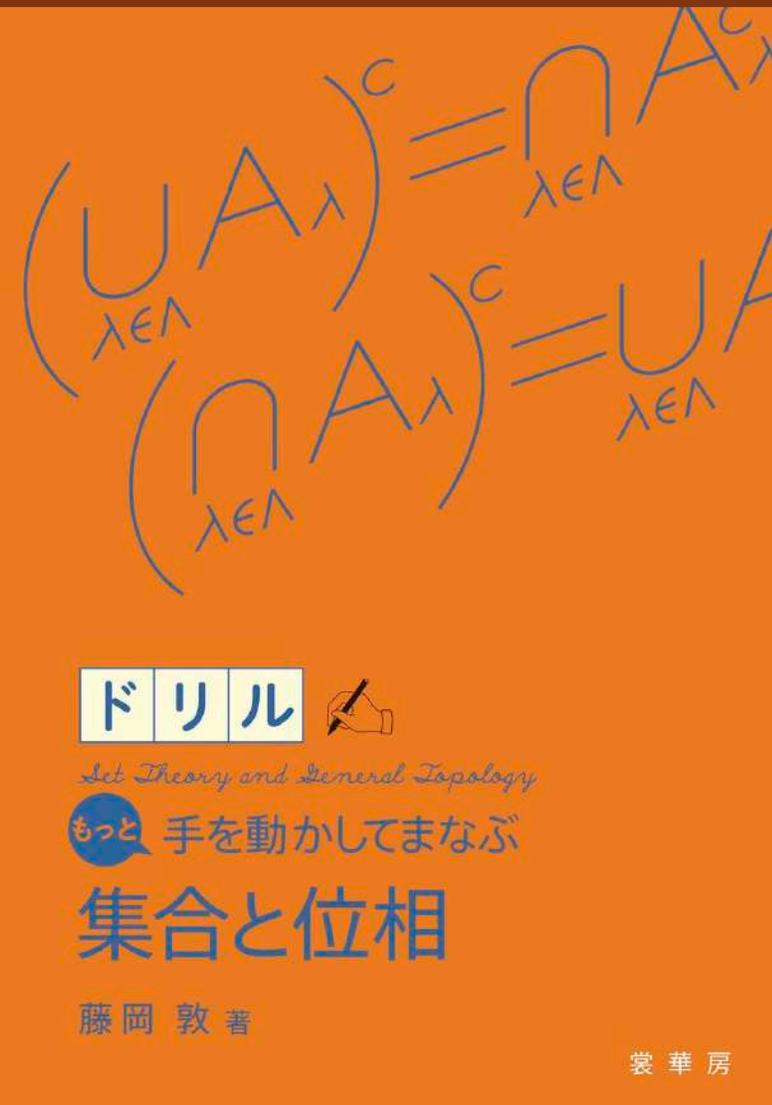


裳華房

<出版年>

2020年

集合と位相の基本的な内容を理解するのがおすすめです。



<タイトル>

もっと手を動かしてまなぶ 集合と位相ドリル

<著者>

藤岡敦

<出版社>

裳華房

<出版年>

2025年



そして、この本には、こちらのドリルが発売されており、

\ 応援ブック /



手を動かしてまなぶ
集合と位相

藤岡 敦 著

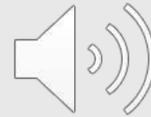
「行間を埋める」ために
+
詳細解答

<タイトル>

応援ブック 手を動かしてまなぶ 集合と位相
「行間を埋める」ために+詳細解答

<著者>

藤岡敦



<出版社>

裳華房

<出版年>

2026年4月発売予定

さらに、サポートサイトに掲載されている内容が1冊にまとまった書籍が、

\ 応援ブック /



手を動かしてまなぶ
集合と位相

藤岡 敦 著

「行間を埋める」ために
+
詳細解答

<タイトル>

応援ブック 手を動かしてまなぶ 集合と位相
「行間を埋める」ために+詳細解答

<著者>

藤岡敦



<出版社>

裳華房

<出版年>

2026年4月発売予定

近日発売されます。

\ 応援ブック /



手を動かしてまなぶ
集合と位相

藤岡 敦 著

「行間を埋める」ために
+
詳細解答

<タイトル>

応援ブック 手を動かしてまなぶ 集合と位相
「行間を埋める」ために+詳細解答

<著者>

藤岡敦



<出版社>

裳華房

<出版年>

2026年4月発売予定

合わせて活用することで、より真価を発揮できるのではないのでしょうか。

中級レベルの本

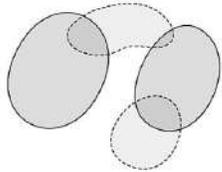


ここからは，本格的な数学書を3冊紹介します。

「現代数学の言語というべき集合を初歩から」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
集合・位相入門

Set and Topology
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店



<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ 集合・位相入門

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

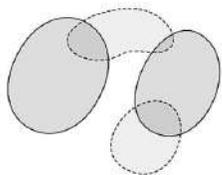


3冊目は、こちらです。

「現代数学の言語というべき集合を初歩から」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
集合・位相入門

Set and Topology
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店



<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ 集合・位相入門

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

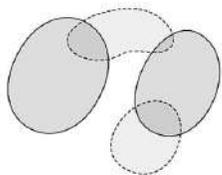


この本は，多くの学生が読む，集合と位相の定番の1冊です。

「現代数学の言語というべき集合を初歩から」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
集合・位相入門

Set and Topology
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店



<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ 集合・位相入門

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年

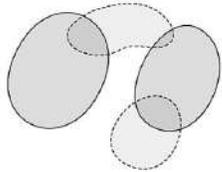


内容がかなり詳しく，解説が丁寧で読みやすいことが特徴です。

「現代数学の言語というべき集合を初歩から」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
集合・位相入門

Set and Topology
Kazuo Matsuzaka's
Introduction to Mathematics



岩波書店



<タイトル>

松坂和夫 数学入門シリーズ 集合・位相入門

<著者>

松坂和夫

<出版社>

岩波書店

<出版年>

2018年



迷ったらこの本を使うと良いでしょう。

SET THEORY &
GENERAL TOPOLOGY



集合と位相

増補新装版

内田伏一 著

[編集委員会] 佐武一郎・村上信吾・高橋礼司

裳華房

<タイトル>

数学シリーズ 集合と位相 増補改訂版

<著者>

内田伏一

<出版社>

裳華房

<出版年>

2020年



4冊目は、こちらです。

SET THEORY &
GENERAL TOPOLOGY



数学シリーズ

集合と位相

増補新装版

内田伏一 著

[編集委員会] 佐武一郎・村上信吾・高橋礼司

裳華房

<タイトル>

数学シリーズ 集合と位相 増補改訂版

<著者>

内田伏一

<出版社>

裳華房

<出版年>

2020年



この本も，集合と位相の定番の本であり，

SET THEORY &
GENERAL TOPOLOGY



数学シリーズ

集合と位相

増補新装版

内田伏一 著

[編集委員会] 佐武一郎・村上信吾・高橋礼司

裳華房

<タイトル>

数学シリーズ 集合と位相 増補改訂版

<著者>

内田伏一

<出版社>

裳華房

<出版年>

2020年



重要事項が簡潔にまとまっています。

SET THEORY &
GENERAL TOPOLOGY



数学シリーズ

集合と位相

増補新装版

内田伏一 著

[編集委員会] 佐武一郎・村上信吾・高橋礼司

裳華房

<タイトル>

数学シリーズ 集合と位相 増補改訂版

<著者>

内田伏一

<出版社>

裳華房

<出版年>

2020年



松坂先生の本に匹敵するほど内容は濃くないので、

SET THEORY &
GENERAL TOPOLOGY



集合と位相

増補新装版

内田伏一 著

[編集委員会] 佐武一郎・村上信吾・高橋礼司

裳華房

<タイトル>

数学シリーズ 集合と位相 増補改訂版

<著者>

内田伏一

<出版社>

裳華房

<出版年>

2020年



最後まで読み切りやすいと思います。

大学数学の入門⑧

集合と位相 [第2版]

齋藤 毅 [著]



より洗練され, 充実した内容に!

初版から17年を経て, 全体を練り直し, 加筆・修正.
順番の入れ替えなど整理を行い理解しやすい構成にし,
証明をよりわかりやすい内容にアップデート.
具体例や演習問題も豊富な定番教科書, 待望の改訂版

東京大学出版会



<タイトル>

大学数学の入門8 集合と位相 第2版

<著者>

齋藤毅

<出版社>

東京大学出版会

<出版年>

2026年



5冊目は, こちらです.



<タイトル>

大学数学の入門8 集合と位相 第2版

<著者>

齋藤毅

<出版社>

東京大学出版会

<出版年>

2026年



この本は, さらに簡潔にまとまった, 集合と位相の教科書です.

大学数学の入門⑧

集合と位相 [第2版]

齋藤 毅 [著]



より洗練され, 充実した内容に!

初版から17年を経て, 全体を練り直し, 加筆・修正.
順番の入れ替えなど整理を行い理解しやすい構成にし,
証明をよりわかりやすい内容にアップデート.
具体例や演習問題も豊富な定番教科書, 待望の改訂版

東京大学出版会



<タイトル>

大学数学の入門8 集合と位相 第2版

<著者>

齋藤毅

<出版社>

東京大学出版会

<出版年>

2026年



こちらもつい先日改訂され, 内容が充実し, さらに読みやすくなりました.



<タイトル>

大学数学の入門8 集合と位相 第2版

<著者>

齋藤毅

<出版社>

東京大学出版会

<出版年>

2026年



実数の構成についても書かれているのが特徴です。

5. まとめ



今回の動画では、おすすめの数学書をご紹介します。



改めて，特におすすめの本を3冊(シリーズ)ずつまとめておきます。

$\dim(\text{Im } f) + \dim(\text{Ker } f) = \dim V$

Linear Algebra
手を動かしてまなぶ
線形代数
藤岡 敦 著

問題の
詳細解答を
ウェブで公開!!

裳華房

Advanced Linear Algebra
手を動かしてまなぶ
続・線形代数
藤岡 敦 著

問題の
詳細解答を
ウェブで公開!!

裳華房

齋藤正彦
線型代数学

長年にわたる東大での講義をまとめた、線型代数学の教科書。
行列の定義から始め、区分けと基本変形を道具として、
1次方程式系、行列式、線型空間を解説。
広義固有空間を経て、ジョルダン標準形に至る。
解析学との関連にも触れた。
奇をてらわずに、正攻法で読者を導く。
豊富な例の中に、著者ならではの洗練された数学のエッセンスが
ちりばめられている。
そのなをみしめながら読み進むうちに、
線型空間、線型写像の豊かなイメージを明確に掴むことができる。

東京図書

数学選書 1

線型代数学 (新装版)
佐武一郎 著

裳華房

線形代数は、こちらの3冊(シリーズ),

$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$

Calculus
手を動かしてまなぶ
微分積分
藤岡 敦 著

問題の
詳細解答を
巻末に掲載!!

装華房

$|x-a| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(a)| < \epsilon$

Epsilon-Delta Method
手を動かしてまなぶ
ε-δ論法
藤岡 敦 著

問題の
詳細解答を
ウェブで公開!!

装華房

サイエンス 数学 = 37
新装改版
微分積分学
笠原 皓司 著

スピーカー

ロングセラー
新版!

笠原の微分積分学
待望の新装改版!!
サイエンス社

基礎数学 2
解析入門 I
杉浦 光夫 著

東京大学出版会

基礎数学 3
解析入門 II
杉浦 光夫 著

東京大学出版会

微分積分は，こちらの3冊(シリーズ)，

\\ 応援ブック /

手を動かしてまなぶ
集合と位相

藤岡 敦 著

「行間を埋める」ために
+
詳細解答

豪華房

ドリル

手を動かしてまなぶ
もっと

手を動かしてまなぶ
集合と位相

藤岡 敦 著

豪華房

Set Theory and General Topology
手を動かしてまなぶ
集合と位相
藤岡 敦 著

問題の
詳細解答を
巻末に掲載!

「現代数学の言語といべき集合を初歩から」

松坂和夫 | 数学入門シリーズ
集合・位相入門
Set and Topology
Keisiro Matsuzaka's
Introduction to Mathematics

1

岩波書店

大学数学の入門⑧
集合と位相 [第2版]
斎藤 毅 著

より洗練され、充実した内容に!

初版から17年を経て、全体を練り直し、加筆・修正。
順番の入れ替えなど整理を行い理解しやすい構成にし、
証明をよりわかりやすい内容にアップデート。
具体例や演習問題も豊富な定番教科書、待望の改訂版

東京大学出版会

集合・位相は、こちらの3冊(シリーズ)がおすすめです。



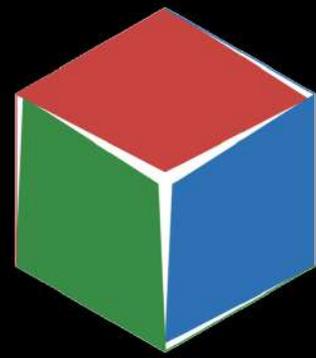
ぜひ、数学を愉しんでください！

MathAbyssでは、数学に関する記事を公開しているWebサイト「MathAbyss」を運営しております。

今後も様々な動画を制作していきますので、この動画に対する高評価、YouTubeのチャンネル登録をよろしくお願いいたします！

各種SNS等のフォローもしていただけると励みになります！

最後までご視聴いただき、ありがとうございました！！！！



MathAbyss

ご視聴ありがとうございました！
チャンネル登録よろしくお願ひします！