※注意※

このスライドは
制作時点での最新情報に基づいて
作成されています
細心の注意を払って制作していますが
緊急制作のため
誤りを含んでいる可能性があります
ご了承ください



MathAbyss

1. イントロダクション

https://en.wikipedia.org/wiki/Levent_Alpöge



Levent Alpöge

2026年11月20日，アメリカのAI開発企業Anthropicに所属する数学者，
Levent Alpöge氏が，



同社のAIモデルClaudeを用いて，…

リーマン予想

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．

数学最大の未解決問題である「リーマン予想」と，

一般化されたリーマン予想

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

その拡張である「一般化されたリーマン予想」の証明を，

1. イントロダクション

https://alpo.ge/

Levent Alpöge (pt&rl, anthropic, pbc / junior fellow, harvard sof, alpoge@fas, arXiv, cv, minor planet!! :D)

hi im levent!!!

alas and of course there's none of my cs work here (besides the really old stuff:)), but there are links below to my math work...!

the most recent paper is a solution of hilbert's tenth problem (posed in 1900) over all number fields

the second most recent one solves the problem of: assume whatever conjectures expected to be true you want --- can we then specify an algorithm which solves one of the "original problems" of number theory, namely to find all integral or rational solutions of a polynomial equation in two variables? (paper 15 gives an algorithm in special cases which doesn't assume anything.) i call it literally the world's worst algorithm

finally, for the third most recent one prob better to just link a quanta article

here's three more quanta articles: about the two hilbert ten papers that came out independently, an interview of Wei's in which she talks about some of our other work, and an article about new proofs of ultra old theorems, one of which i came up w (funny story which i def omit:)) in undergrad

自身の個人Webサイトで発表しました.

論文が公開されなかった理由

膨大な情報量により、公表が見送られた経緯



❶ 膨大な研究内容
長年の研究と膨大なデータ・資料

↓

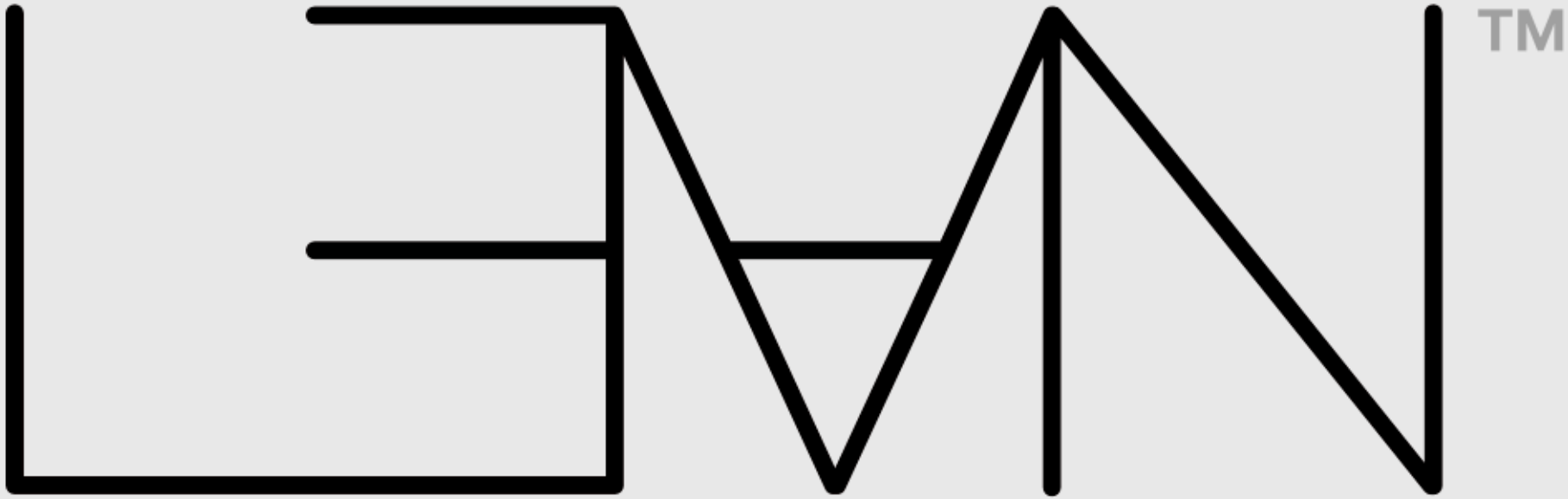
❷ 論文換算で25万ページ以上
一般的な書籍に換算すると膨大な量に

↓

❸ 論文は非公開（公開見送り）
現実的な公開・閲覧は不可能と判断

これは，論文にすると25万ページを超える膨大な内容となることから，
論文は公開されず，

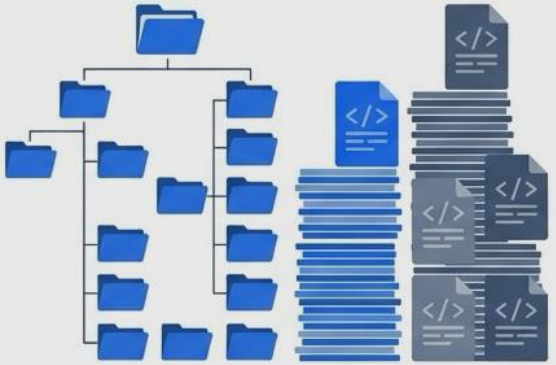
1. イントロダクション



証明を，定理証明支援系のLean 4というものでプログラム化した，

ソースコードの規模

巨大なソフトウェアを構成するファイル数と総行数



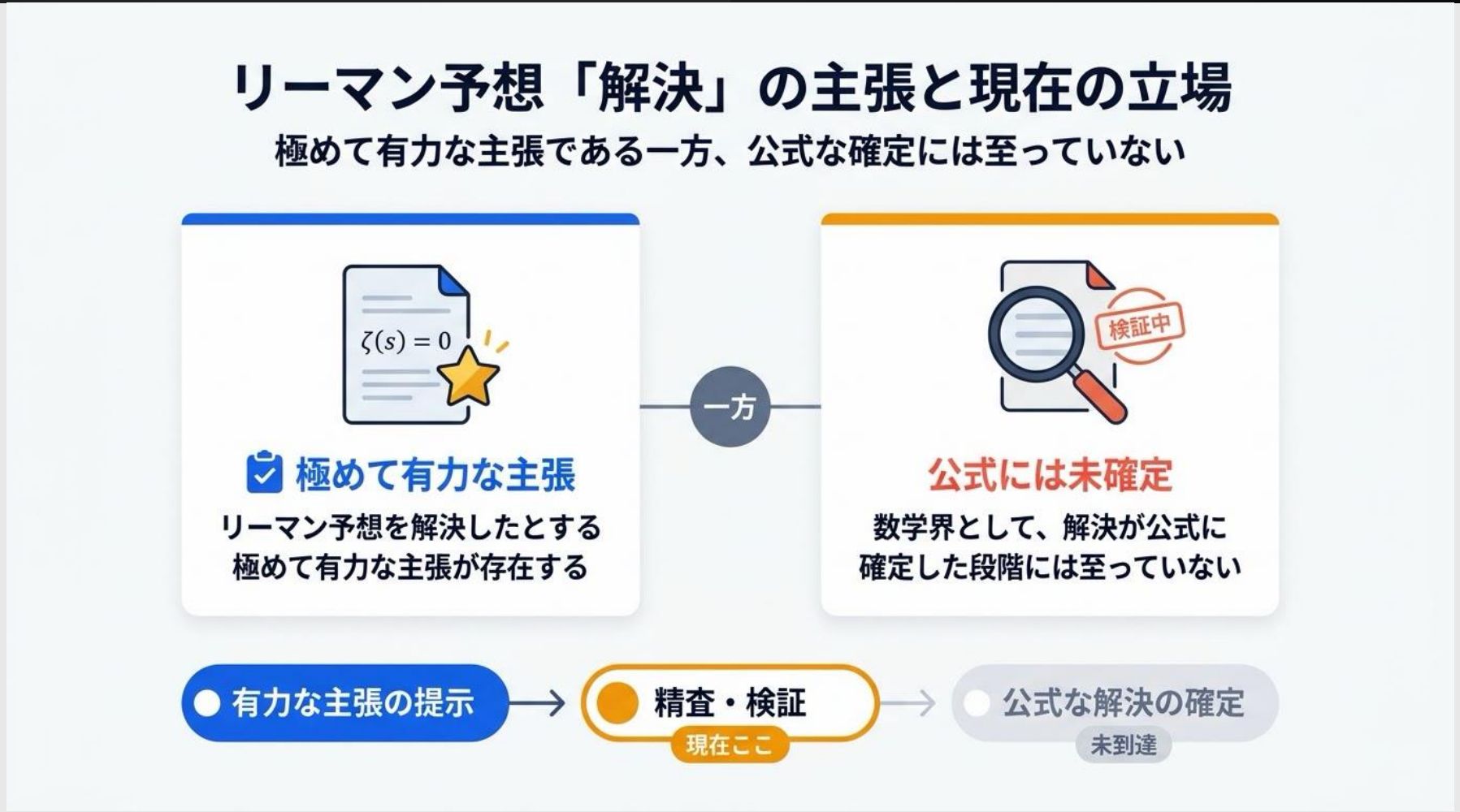
175,187
ファイル



約1,740万
行のコード

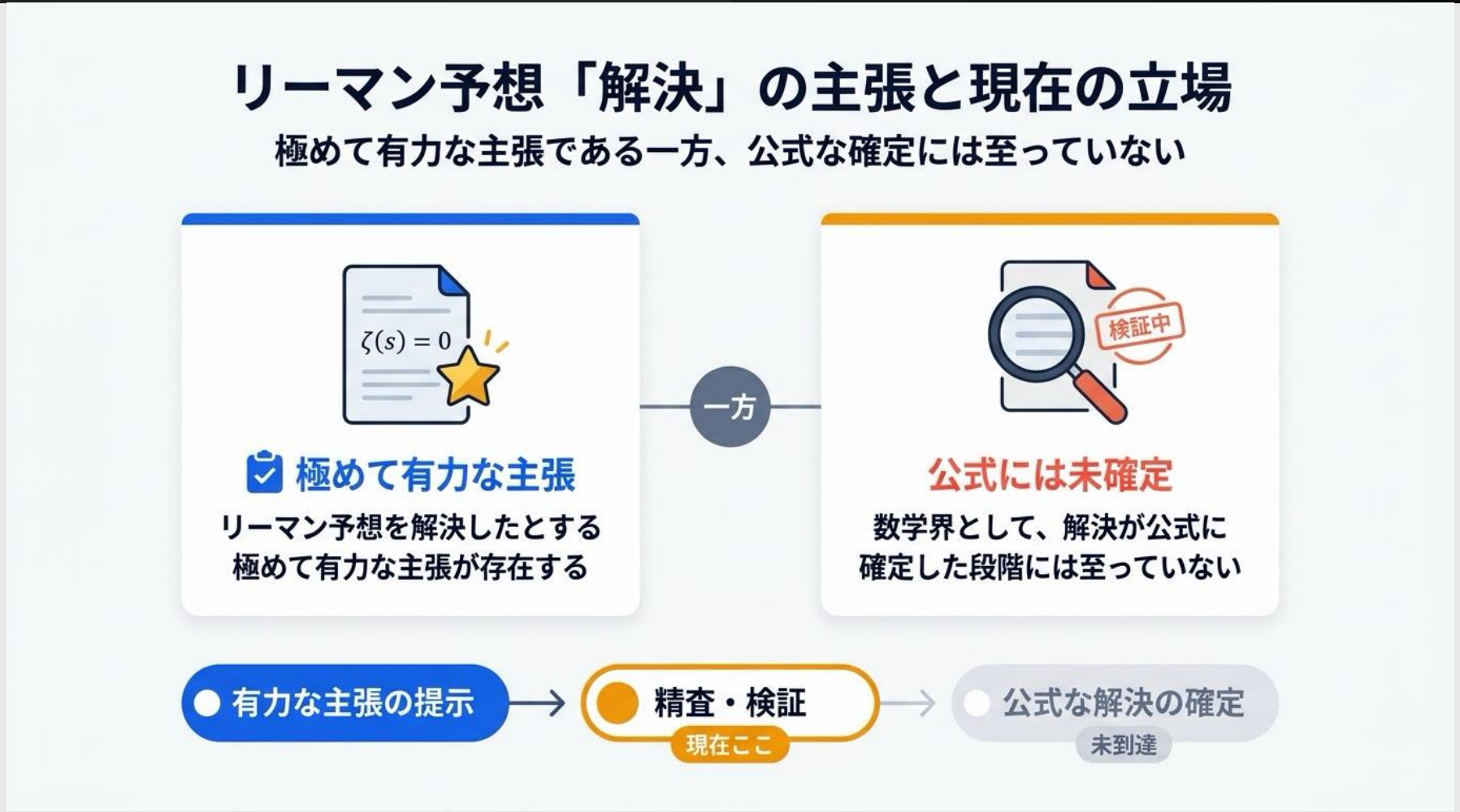
175,187 ファイル + 約1,740万 行のコード

175187ファイル，約1740万行のコードが公開されました.



ここで重要なのは，これは，

リーマン予想を解決したとする極めて有力な主張である一方，



数学界として，公式に解決が確定した段階には至っていない，ということです．

https://math.mit.edu/~drew/grh/

Verification files for the Lean proof of the Riemann Hypothesis

Announced at alpo.ge/remark.pdf on 20 November 2026.

Andrew Sutherland (MIT), checks run with Claude Code. Page last updated 2026-11-21 09:30 UTC. Results below are as of that time and this page will be updated as the remaining checks finish.

MITの数学者，Andrew Sutherland氏による証明の独立検証が進み，
LeanとMathlibのコミュニティとの，共同声明が発表されましたが，

人間の数学者による解読・査読の状況

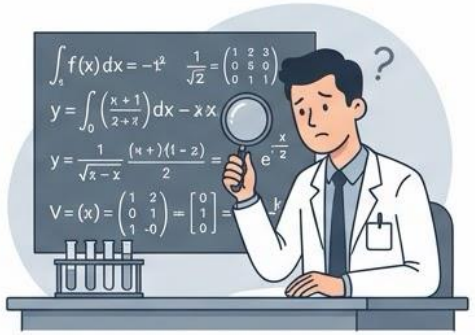
数学的内容の解読および査読は、全く完了していない

進捗：全く完了していない

数学的内容の解読

未完了

人間の数学者による内容の読み解き



数学的内容の査読

未完了

専門家による妥当性の検証・査読



人間の数学者による数学的内容の解読及び査読については，
全く完了していません．

ミレニアム懸賞問題 一覧（全7問）

クレイ数学研究所（2000年発表・各賞金100万ドル）

1. 
ポアンカレ予想
解決済み

2. 

リーマン予想
未解決

3. 

P≠NP予想
未解決

4. 
ヤンーミルズ方程式と
質量ギャップ問題 未解決

5. 
ナビエ–ストークス方程式の
解の存在と滑らかさ
未解決

6. 
ホッジ予想
未解決

7. 
バーチ・スウィンナートン＝
ダイアー予想（BSD予想）
未解決

リーマン予想は，クレイ数学研究所が定めた，
ミレニアム懸賞問題の1つであり，

https://www.claymath.org/millennium/riemann-hypothesis/

Unsolved

Riemann Hypothesis

The prime number theorem determines the average distribution of the primes. The Riemann hypothesis tells us about the deviation from the average. Formulated in Riemann's 1859 paper, it asserts that all the 'non-obvious' zeros of the zeta function are complex numbers with real part 1/2.

現在，クレイ数学研究所は，リーマン予想を未解決と位置づけたままです．

1. イントロダクション

https://en.wikipedia.org/wiki/Ravi_Vakil



Ravi Vakil

また，今回の証明を受けて，アメリカ数学会会長のRavi Vakil氏は，

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

The Music of the Primes

Alessandro Maria Masullo

Alessandro Maria Masullo氏による，
AIを一切使わずに12年かけて書かれた，

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

The Music of the Primes

Alessandro Maria Masullo

一般化されたリーマン予想の証明とされる，
940ページの論文を，緊急公開しました．

1. イントロダクション

https://en.wikipedia.org/wiki/Levent_Alpöge



さらに，今回の証明を発表したAlpöge氏らは，同日，

1. イントロダクション

https://github.com/tristanbuckmaster/navier-stokes/blob/main/paper/finite-time-blow-up-navier-stokes.pdf

FINITE-TIME BLOW-UP FOR THE NAVIER–STOKES EQUATIONS

LEVENT ALPÖGE AND TRISTAN BUCKMASTER

ABSTRACT. We prove that there exist smooth, compactly supported, divergence-free initial data on $\mathbb{R}^3$, and smooth divergence-free initial data on the torus $\mathbb{T}^3$, for which the solutions of the three-dimensional Navier–Stokes equations without force blow up in finite time. This disproves the statements (A) and (B) of the Millennium Prize problem as formulated by Fefferman, and hence proves the statements (C) and (D). These solutions converge in self-similar variables to a backward discretely self-similar solution and blow up at its rate, which is $(T-t)^{-1/4}$ in $\dot{H}^1$. The discretely self-similar solution is obtained from a certificate: an approximate solution that satisfies explicit inequalities. The certificate will be released soon; its hash is `3f7a335b84b6c7631742cacc5343dfcd11cf72f5221ff79b2b9268790b4b22c5`.

別のミレニアム懸賞問題である，無外力の3次元ナビエ-ストークス方程式の有限時間爆発を示した79ページの論文や，...

1. イントロダクション

https://cims.nyu.edu/~tristanb/cc.pdf

FINITE-TIME SINGULARITY FORMATION FOR THE THREE-DIMENSIONAL EULER EQUATIONS

LEVENT ALPÖGE, TRISTAN BUCKMASTER, AND MATEI P. COICULESCU

ABSTRACT. We construct smooth periodic initial data for the three-dimensional incompressible Euler equations whose solution blows up in finite time. The velocity remains bounded, while the vorticity magnitude at the origin tends to infinity. Away from the origin, the velocity and its time derivative have smooth spatial limits at the singular time. The construction uses localized Craik–Criminale waves as building blocks of a multi-scale construction.

無外力3次元非圧縮オイラー方程式の有限時間爆発を
Claudeで示したとする論文を発表しています.

ANTHROP\C

偶然かどうかは分かりませんが，Alpöge氏が所属するAnthropicは，



フロンティアAI企業として初の，ナスダック上場を果たしたばかりです．

1.イントロダクション
2.リーマン予想とは
3.これまでの進展
4.リーマン予想が解決!?
5.解決による影響
6.おわりに

さて，このスライドは，6つのチャプターによって構成されています．

1.イントロダクション

2.リーマン予想とは

3.これまでの進展

4.リーマン予想が解決!?

5.解決による影響

6.おわりに

次のチャプターでは，リーマン予想と一般化されたリーマン予想が
どのような問題であるのかについて解説し，

1.イントロダクション
2.リーマン予想とは
3.これまでの進展
4.リーマン予想が解決!?
5.解決による影響
6.おわりに

続いて，リーマン予想のこれまでの進展を紹介します．

1.イントロダクション
2.リーマン予想とは
3.これまでの進展
4.リーマン予想が解決!?
5.解決による影響
6.おわりに

そして，今回の発表について，現時点での情報を詳細にまとめ，

1.イントロダクション
2.リーマン予想とは
3.これまでの進展
4.リーマン予想が解決!?
5.解決による影響
6.おわりに

リーマン予想が解決されたことによる影響についても，
お話したいと思います．

リーマン予想がついに解決か

1.イントロダクション
2.リーマン予想とは
3.これまでの進展
4.リーマン予想が解決!?
5.解決による影響
6.おわりに

数学に興味のある方も，AIに関心がある方も，
ぜひ最後までご覧ください.

2. リーマン予想とは

まずは，リーマン予想とはどのような問題なのかについて解説します．

2.1. 無限級数

無限個の数の足し算の話から始めましょう.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots$$

まず，このような無限級数を考えましょう．

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots = \infty$$

例えば，sに1を代入したこの無限級数は，
正の無限大に発散することが知られています．

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

一方，sに2を代入したこの無限級数は，
$\pi^2/6$に収束することが知られています．

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$

一般に，sが1よりも大きい実数であるとき，この無限級数は収束し，

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots = \infty \quad (s \leq 1)$$

sが1以下であるとき，この無限級数は正の無限大に発散します．

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$

つまり，無限級数が収束する，sが1よりも大きい範囲においては，

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$

sを1つ定めると，それに応じて，
この無限級数の値が，1つ定まるわけです．

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$

これは，sに無限級数の値を対応させる，関数とみなすことができます．

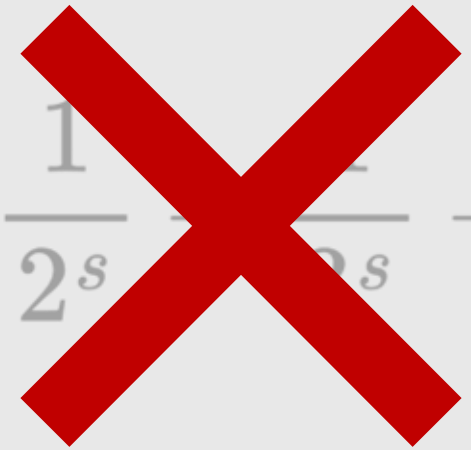
2.2. リーマンゼータ関数

次に，リーマンゼータ関数を定義します．

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$

先ほど考えた関数は，sが1よりも大きい範囲に限って定義されます．

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$



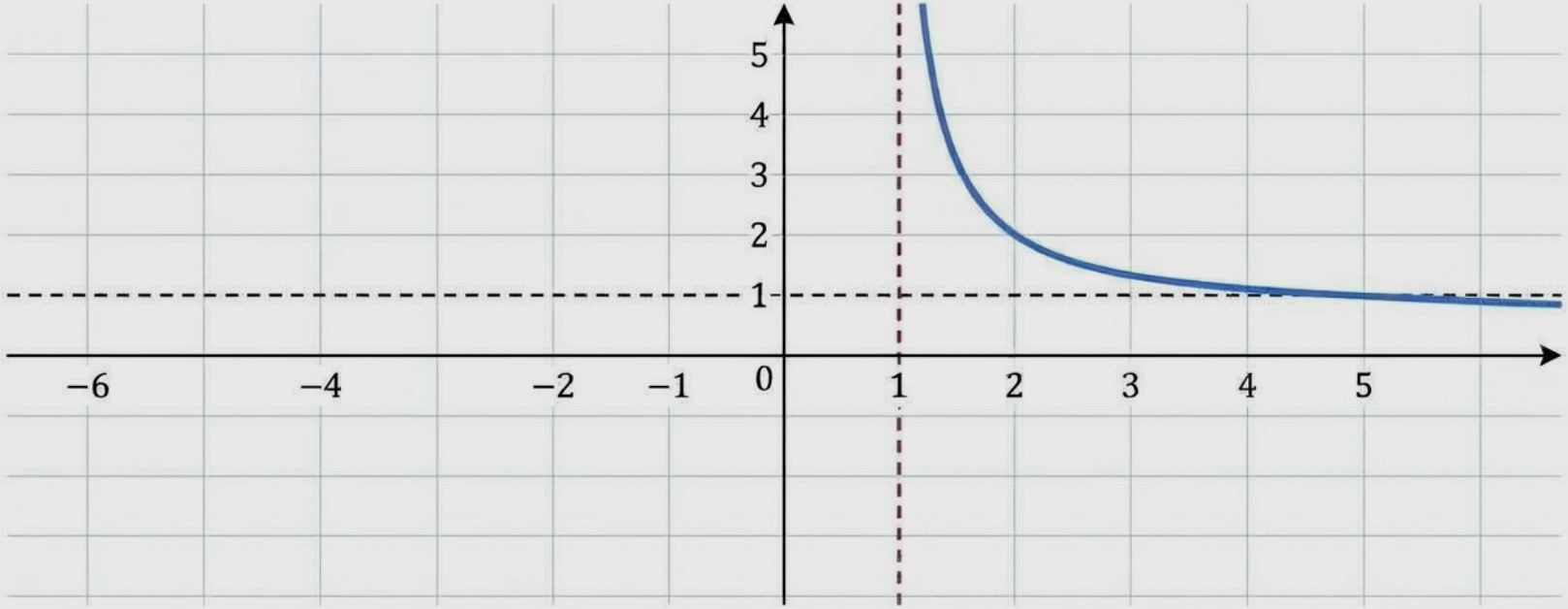
つまり，sが1以下の範囲においては，この関数は定義されません．

$$s \mapsto \begin{cases} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} & (s > 1) \\ ??? & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

そこで，この関数を拡張して，sが1以下の場合でも，
もっと言えばsが複素数の場合でも定義できるようにしてみましょう．

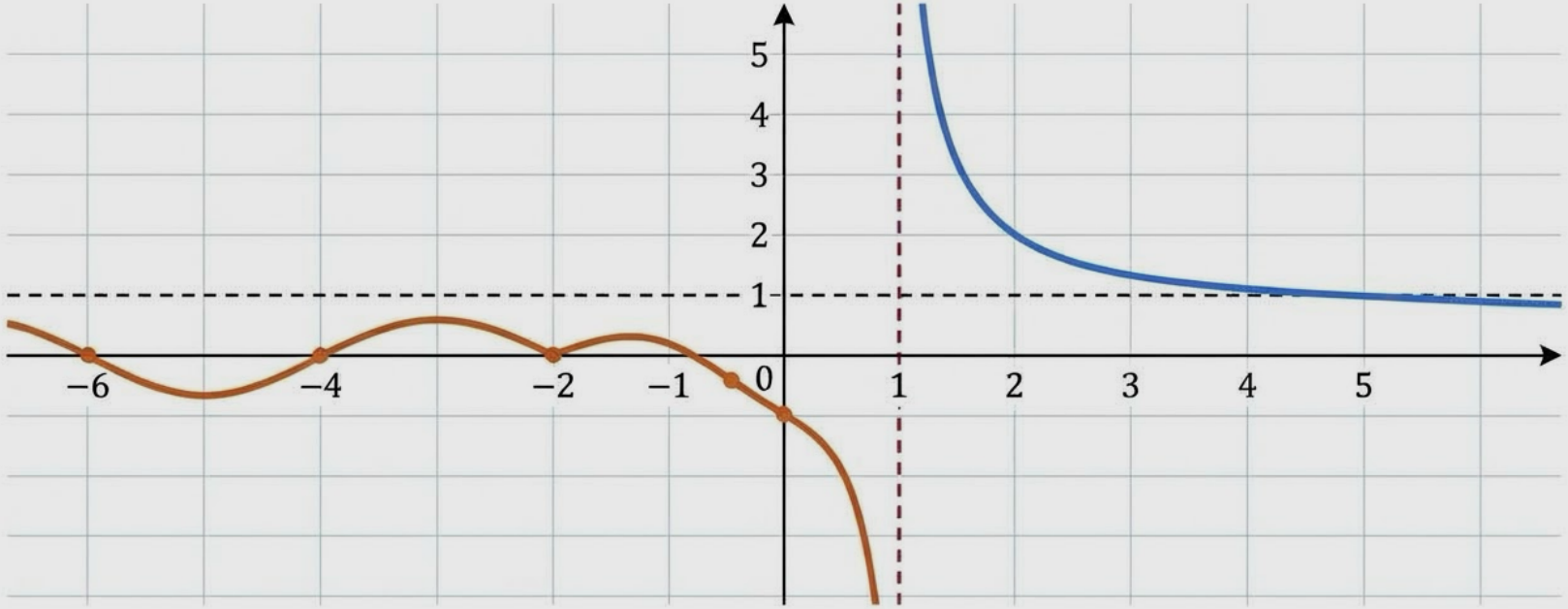
$$s \mapsto \begin{cases} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} & (s > 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

このような拡張の方法はいくらでもあります．例えば，sが1より大きい実数以外の場合は，すべて0にする，としても良いわけです．



ですが，関数の正則性，

言い換えれば複素数での微分可能性を満たすように拡張させると，



その拡張の方法はただ1つに定まり，これを解析接続といいます．

$$\zeta : \mathbb{C} \setminus \{1\} \to \mathbb{C}$$

そして，先ほどの関数を解析接続すると得られる関数を，

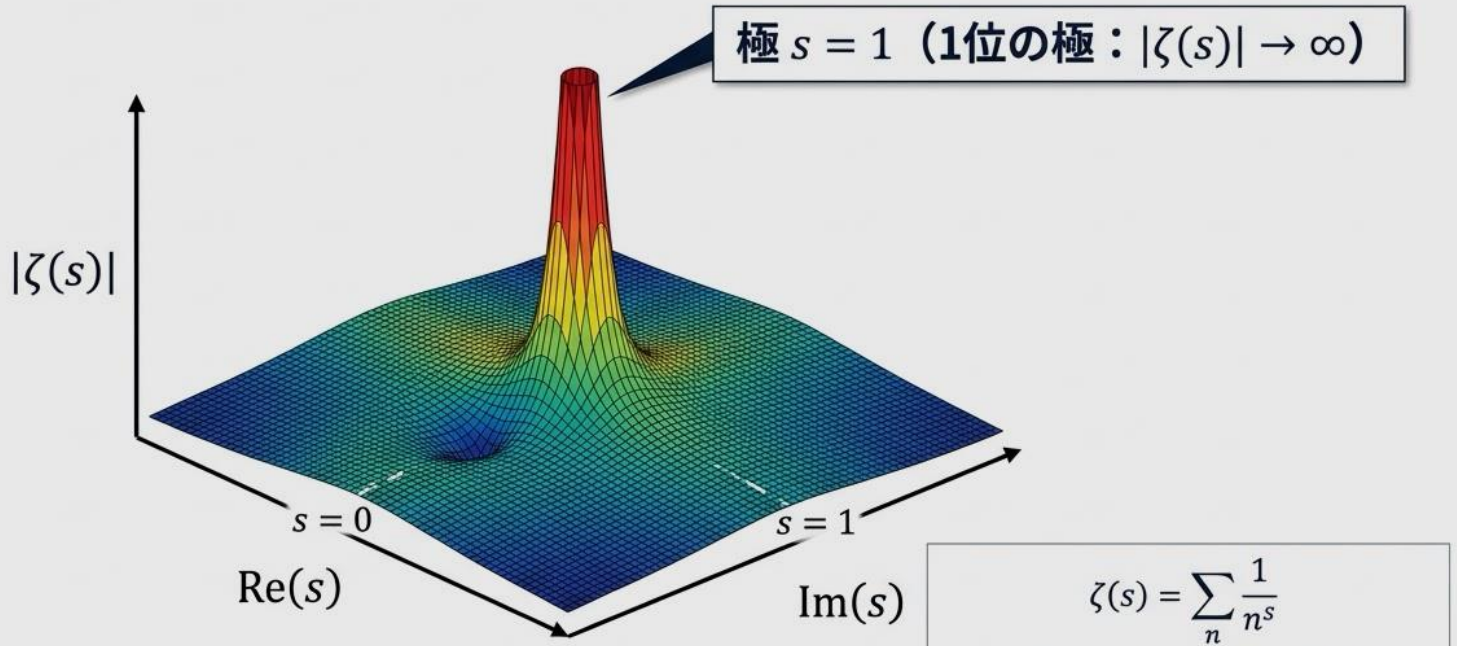
リーマンゼータ関数といいます．

$$\zeta : \mathbb{C} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{C}$$

ただし，リーマンゼータ関数は
1を除く全ての複素数に対して定義される関数です．

リーマンゼータ関数の極（3D可視化）

$z = |\zeta(s)|$ の3次元グラフ：$s = 1$ における無限大への発散

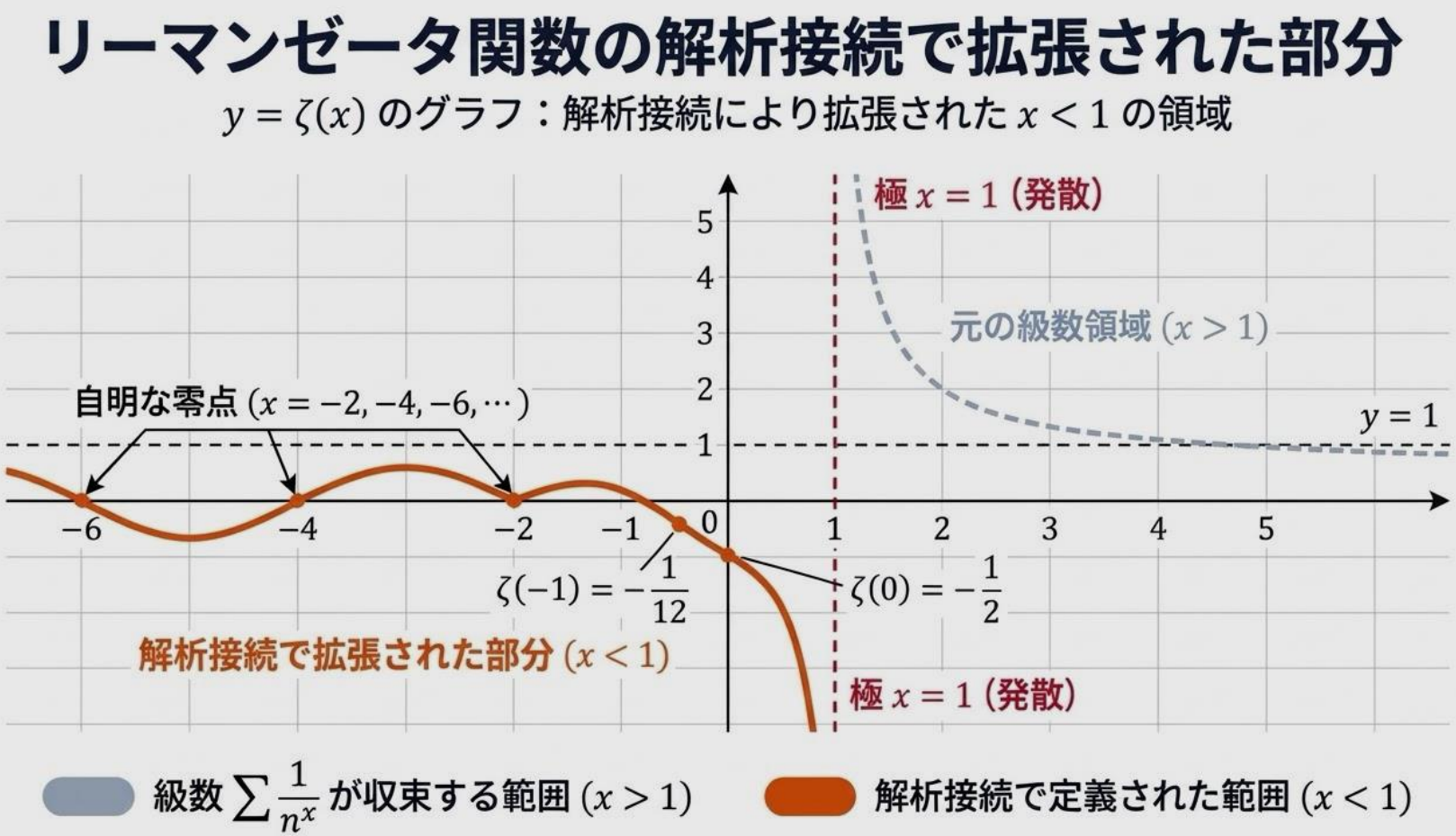


$$\zeta(s) = \sum_n \frac{1}{n^s}$$

$s = 1$ において、関数は無限大に発散し、
この点は単独の極（1位の極）となります。

sを1に近づけると，

リーマンゼータ関数の値の絶対値は，正の無限大に発散します．



さて，リーマンゼータ関数によって
新たに拡張された部分を見てみましょう．

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + \cdots$$

例えば，拡張前の無限級数では，sに-1を代入すると，
このように書き下すことができます．

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + \cdots = \infty$$

これは，明らかに正の無限大に発散します．

$$\zeta(-1) = -\frac{1}{12}$$

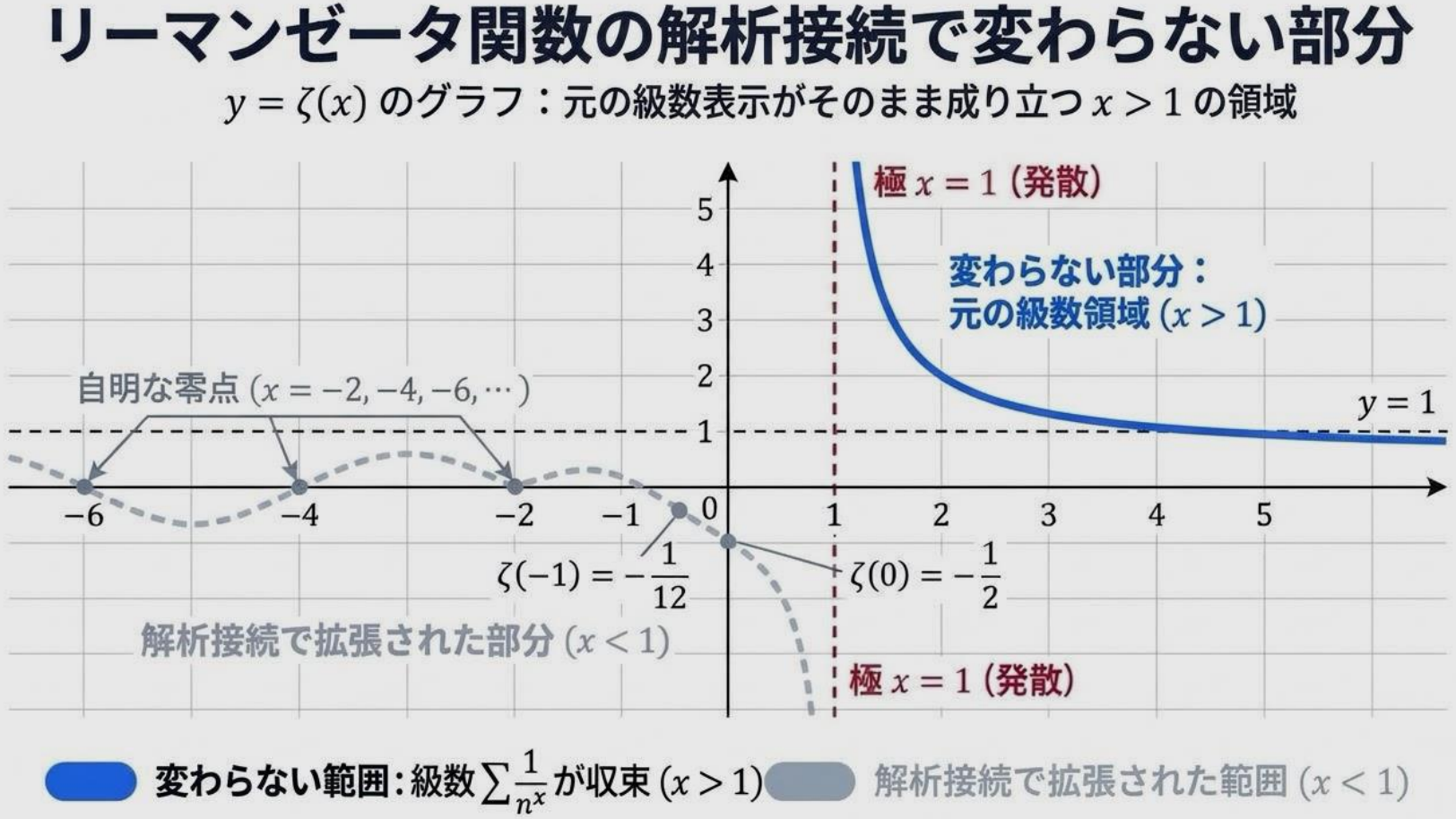
一方，リーマンゼータ関数に−1を代入すると，
−1/12という値が得られます．

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + \cdots = \infty$$

$$\updownarrow$$

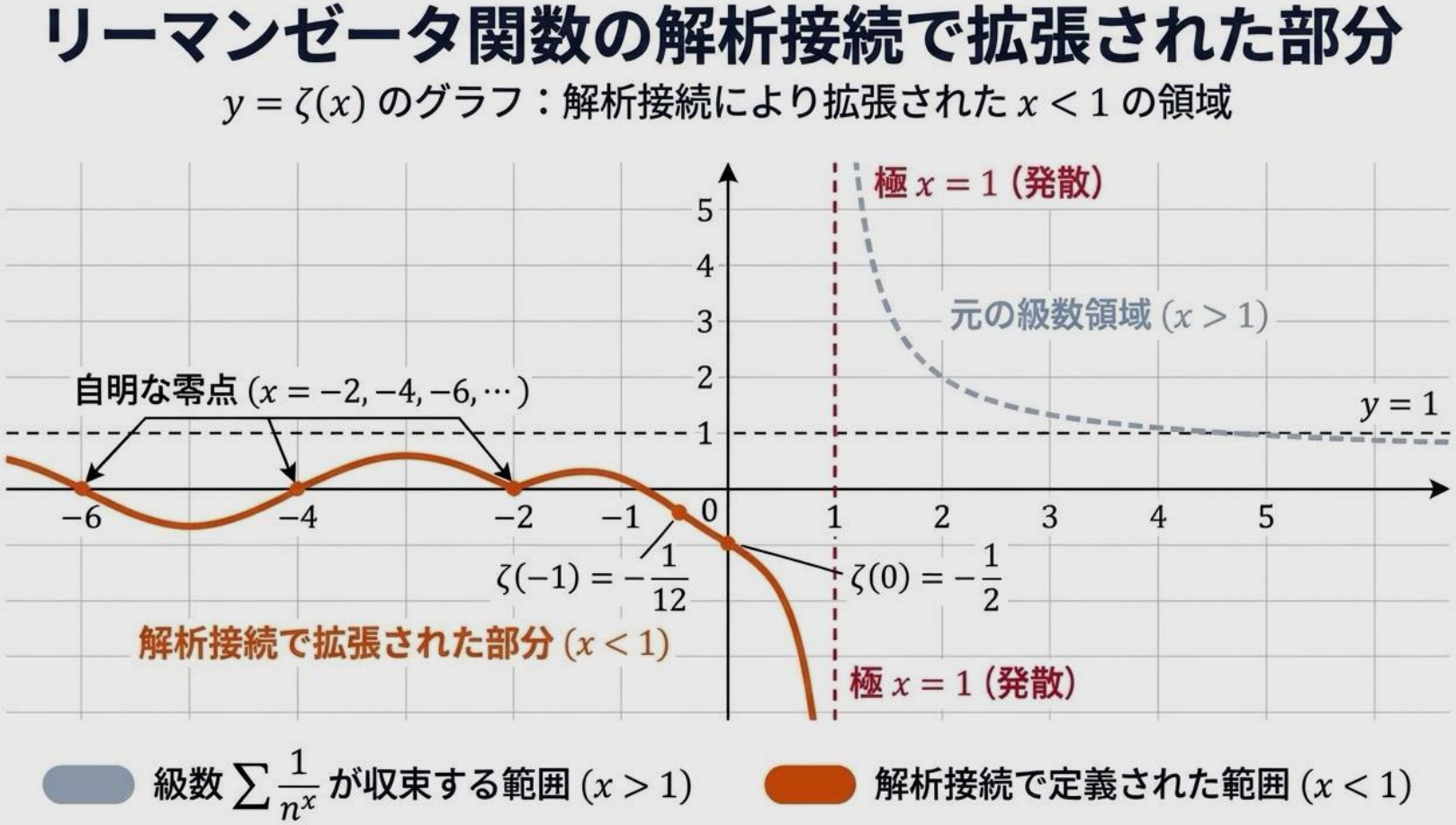
$$\zeta(-1) = -\frac{1}{12}$$

ここには大きなギャップがあるように思えるかもしれませんが,



解析接続によって値が保たれるのは，

あくまでもsの実部が1より大きい複素数の範囲のみであり，



それ以外の範囲については，

全く別物であるということに注意してください．

2.3. リーマン予想

こうして得られたリーマンゼータ関数に関する予想，
リーマン予想を説明します．

$$\zeta : \mathbb{C} \setminus \{1\} \to \mathbb{C}$$

リーマンゼータ関数は，

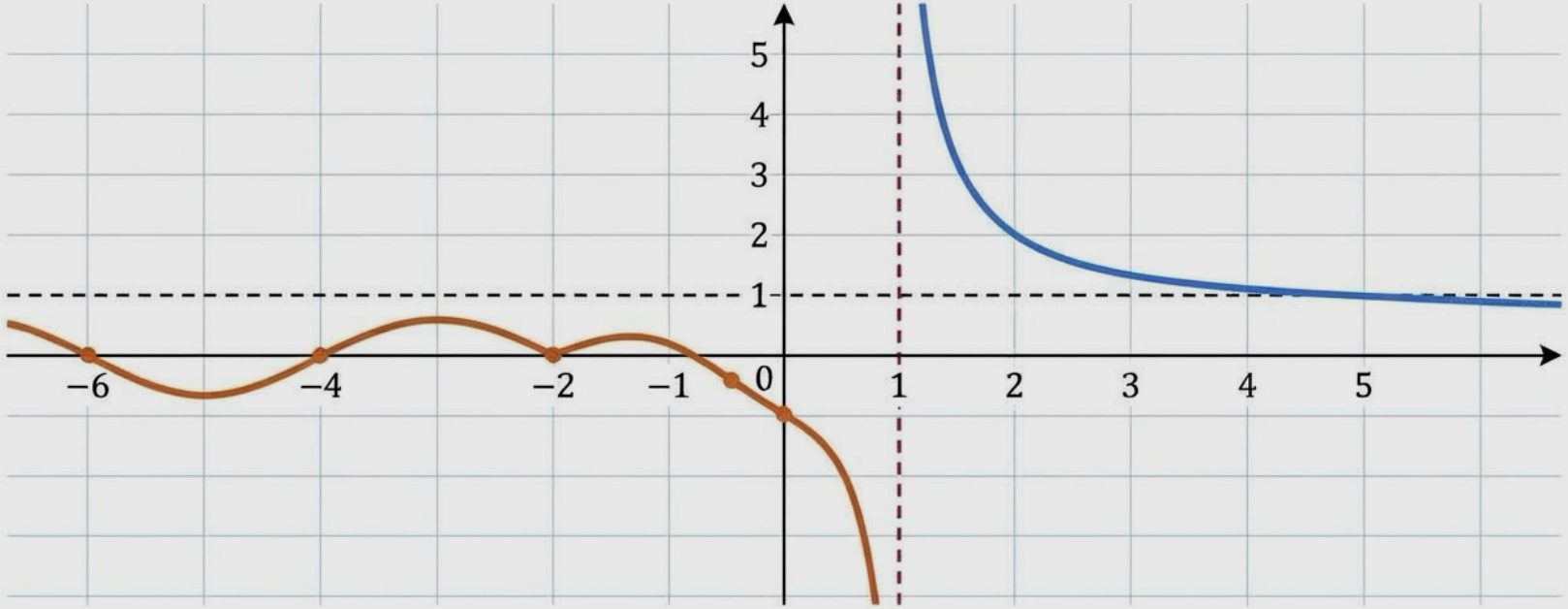
1以外の複素数に対して，複素数を対応させる関数です．

$$\zeta(s) = 0$$

そして，リーマンゼータ関数の値が0になるようなsが存在します．

$$\zeta(s) = 0$$

このようなsを，リーマンゼータ関数の零点といいます．



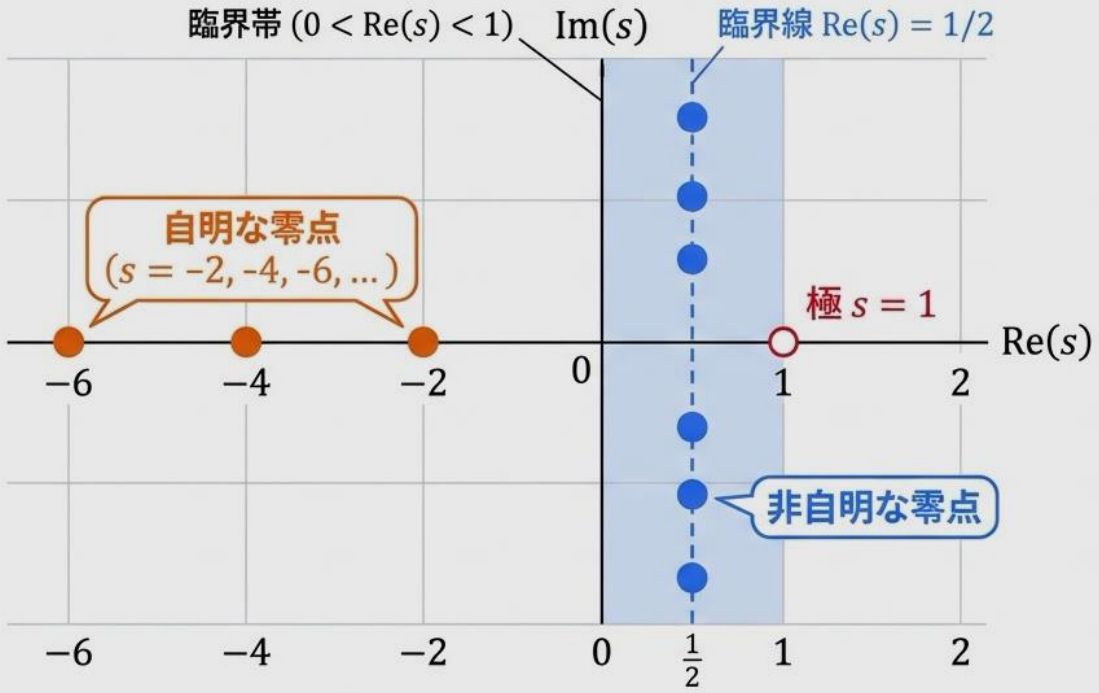
リーマンゼータ関数への解析接続を通して，
比較的すぐに分かる結果として，

$$\zeta(-2n) = 0 \quad (n \in \mathbb{N})$$

全ての負の偶数は，リーマンゼータ関数の零点になり，
これを自明な零点といいます．

リーマンゼータ関数の自明な零点と非自明な零点

複素平面における2種類の零点（$\zeta(s) = 0$ となる点）の分布



自明な零点

負の偶整数 ($s = -2, -4, -6, \ldots$) に規則正しく等間隔で並ぶ零点

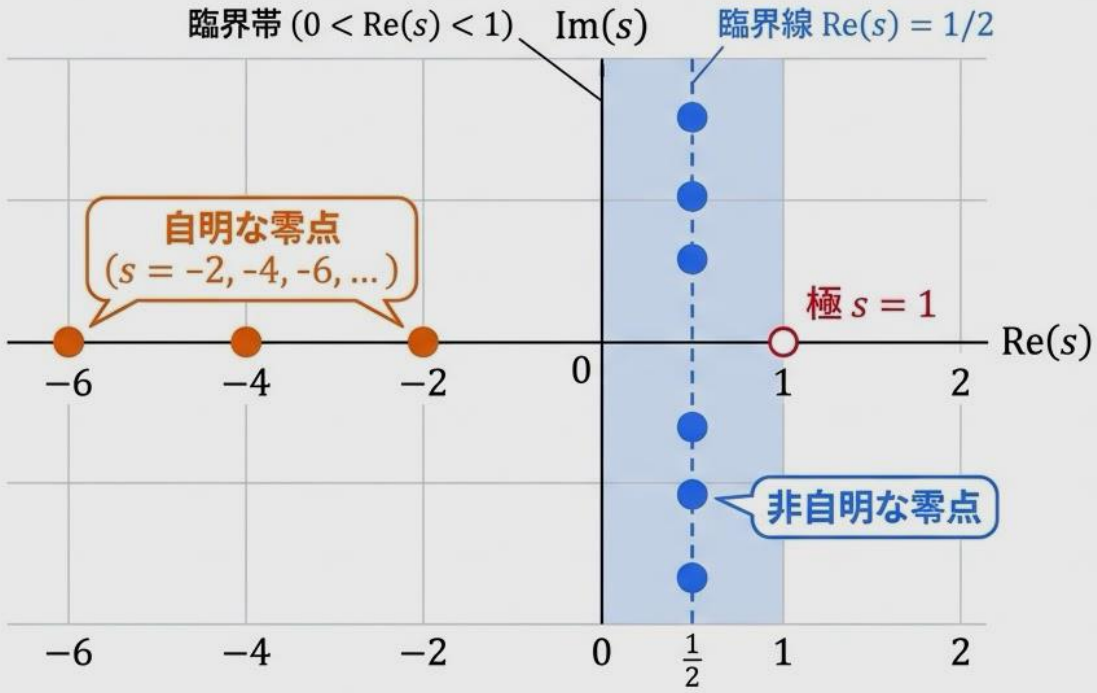
非自明な零点

臨界帯 $(0 < \mathrm{Re}(s) < 1)$ 内に存在。リーマン予想ではすべて臨界線 $\mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$ 上にあるとされる

一方，リーマンゼータ関数の零点は，
自明な零点以外にも存在することが分かっており，

リーマンゼータ関数の自明な零点と非自明な零点

複素平面における2種類の零点（$\zeta(s) = 0$ となる点）の分布



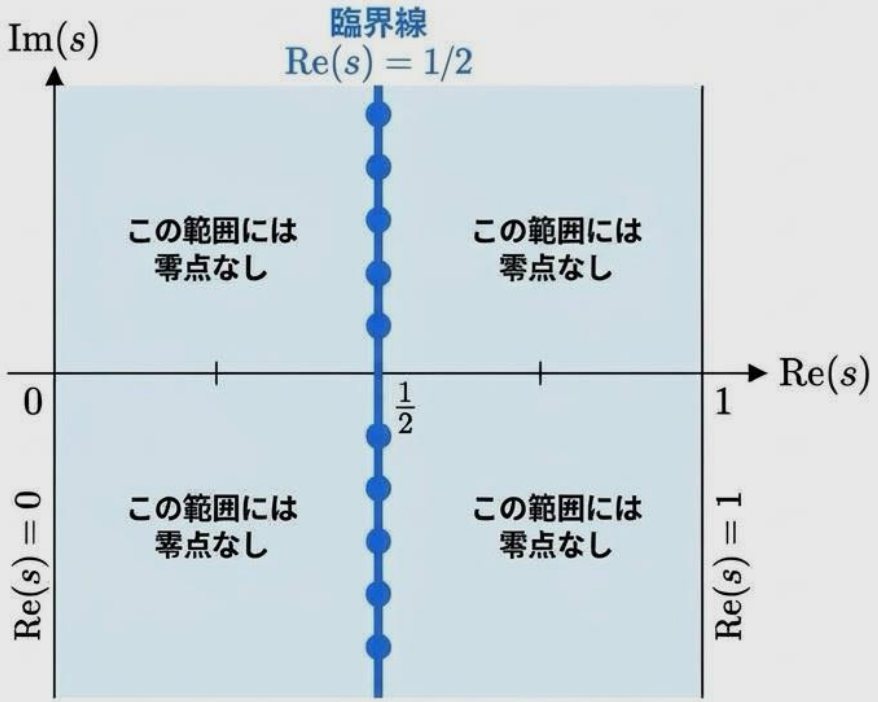
自明な零点

負の偶整数 $(s = -2, -4, -6, \ldots)$ に規則正しく等間隔で並ぶ零点

非自明な零点

臨界帯 $(0 < \mathrm{Re}(s) < 1)$ 内に存在。リーマン予想ではすべて臨界線 $\mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$ 上にあるとされる

これを非自明な零点といいます.



非自明な零点の具体例

$$s_1 = \frac{1}{2} \pm 14.1347\cdots i$$

$$s_2 = \frac{1}{2} \pm 21.0220\cdots i$$

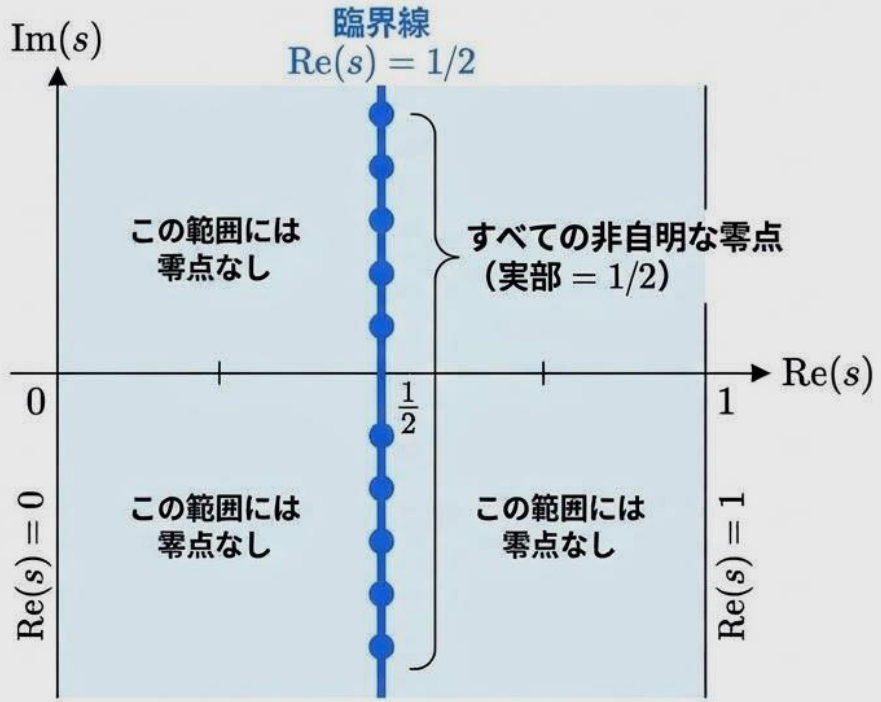
$$s_3 = \frac{1}{2} \pm 25.0108\cdots i$$

虚部は異なっても実部はすべて $\frac{1}{2}$

非自明な零点を1つ1つ調べていくと，驚くべきことに，

非自明な零点の実部はすべて 1/2

リーマン予想：臨界帯内のすべての非自明な零点が一直線上に並ぶ



非自明な零点の具体例

$$s_1 = \frac{1}{2} \pm 14.1347\cdots i$$

$$s_2 = \frac{1}{2} \pm 21.0220\cdots i$$

$$s_3 = \frac{1}{2} \pm 25.0108\cdots i$$

虚部は異なっても実部はすべて $\frac{1}{2}$

実部が1/2の複素数ばかりになっています．

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．

この結果から，このような予想が自然に思い浮かびます．

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2の複素数である．

リーマン予想

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．

これが，1859年に，ドイツの数学者Bernhard Riemannが発表した，
リーマン予想です．

リーマン予想(RH)

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．

リーマン予想は，英語の頭文字をとって，RHで略します．

2.4. 一般化リーマン予想

続いて，一般化されたリーマン予想を説明します．

$$\chi : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}$$

$$N \in \mathbb{N}$$

まず，整数を代入すると，複素数を返す関数χと，
正の整数Nについて考えましょう．

$$a \equiv b \pmod{N} \implies \chi(a) = \chi(b)$$

整数a, bをNで割ったときの余りが等しいとき，$\chi(a)$と$\chi(b)$が一致し，

$$\chi(ab) = \chi(a)\chi(b)$$

整数a, bに対して，$\chi(ab)$と$\chi(a)\chi(b)$が一致し，

$$\gcd(a, N) \neq 1 \implies \chi(a) = 0$$

整数aとNが互いに素でない，
すなわち最大公約数が1でないとき，$\chi(a) = 0$であり，

$$\chi(1) = 1$$

$\chi(1) = 1$となるとき,

$$\chi : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}\text{が法}N\text{のディリクレ指標}$$

$$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} (1) & a \equiv b \pmod{N} \implies \chi(a) = \chi(b) \\ (2) & \chi(ab) = \chi(a)\chi(b) \\ (3) & \gcd(a, N) \neq 1 \implies \chi(a) = 0 \\ (4) & \chi(1) = 1 \end{cases}$$

χを法Nのディリクレ指標といいます.

$$\chi : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}; n \mapsto \begin{cases} 1 & (\gcd(n, N) = 1) \\ 0 & (\gcd(n, N) \neq 1) \end{cases}$$

例えば，このようにして定まる関数は，法Nのディリクレ指標であり，

$$\chi_0 : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}; n \mapsto \begin{cases} 1 & (\gcd(n, N) = 1) \\ 0 & (\gcd(n, N) \neq 1) \end{cases}$$

この関数を，法Nのディリクレ主指標といい，χ_0で表します．

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots < \infty \quad (s > 1)$$

さて，リーマンゼータ関数は，
この関数を解析接続することによって得られました．

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n^s} = \chi(1) + \frac{\chi(2)}{2^s} + \frac{\chi(3)}{3^s} + \cdots$$

この分子を，先ほどのディリクレ指標χに置き換えてみましょう．

$$s \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n^s} = \chi(1) + \frac{\chi(2)}{2^s} + \frac{\chi(3)}{3^s} + \cdots$$

$$\downarrow$$

$$L(s, \chi)$$

この関数を解析接続して得られる関数を，
ディリクレL関数といい，このように表します．

$$L(s, \chi_0); \mathbb{C} \setminus \{1\} \to \mathbb{C}$$

ディリクレL関数は，主指標χ_0に対しては，
1を除く複素数全体に拡張されますが，

$$L(s,\chi);\mathbb{C}\to\mathbb{C}$$

そうでない場合は，1を含めた複素数全体に拡張されます．

$$L(s,\chi)$$

↓

自明な零点 **非自明な零点**

ディリクレL関数の零点についても，
自明な零点と非自明な零点があります．

$$L(s, \chi)$$

↓

自明な零点　**非自明な零点**

自明な零点は，ディリクレ指標χに依存するため，詳細は割愛しますが，

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

ディリクレL関数の非自明な零点についても，
リーマン予想と全く同様の予想があります．

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2の複素数である．

一般化されたリーマン予想

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

これが，1884年に，ドイツの数学者Adolf Piltzが発表した，
一般化されたリーマン予想です．

一般化されたリーマン予想(GRH)

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

一般化されたリーマン予想は，英語の頭文字をとって，GRHで略します．

$$\chi : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}; n \mapsto 1$$

すべての整数を1に対応させる関数は，

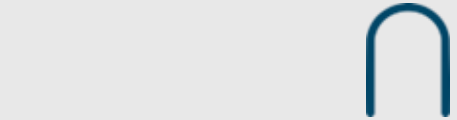
法1のディリクレ指標

$$\chi : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}; n \mapsto 1$$

法1のディリクレ指標とみなすことができるので，

リーマン予想(RH)

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．



一般化されたリーマン予想(GRH)

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

GRHは，RHを含んでいることが分かります．

一般化されたリーマン予想(GRH)

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．



拡大リーマン予想(ERH)

任意の代数体のデデキントゼータ関数の
実部が0より大きく1より小さい零点は，実部が1/2である．

また，GRHはさらに，拡大リーマン予想(ERH)へと一般化され，

拡大リーマン予想(ERH)

任意の代数体のデデキントゼータ関数の
実部が0より大きく1より小さい零点は，実部が1/2である．



大リーマン予想(GrandRH)

保型L関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

ERHは，大リーマン予想(GrandRH)へと一般化されます．

リーマン予想(RH)

リーマンゼータ関数の任意の非自明な零点は，実部が1/2である．

一般化されたリーマン予想(GRH)

ディリクレL関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

今回発表された証明は，RHとGRHを証明したとするもので，

拡大リーマン予想(ERH)

任意の代数体のデデキントゼータ関数の
実部が0より大きく1より小さい零点は，実部が1/2である．

大リーマン予想(GrandRH)

保型L関数の，実部が0より大きく1より小さい零点は，
実部が1/2である．

ERHとGrandRHについては，依然として未解決のままです．

2.5. リーマン予想の重要性

このチャプターの最後に，リーマン予想の重要性について解説します．

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots$$

1と自身のみを正の約数に持つ2以上の整数を，素数といいます．

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots$$

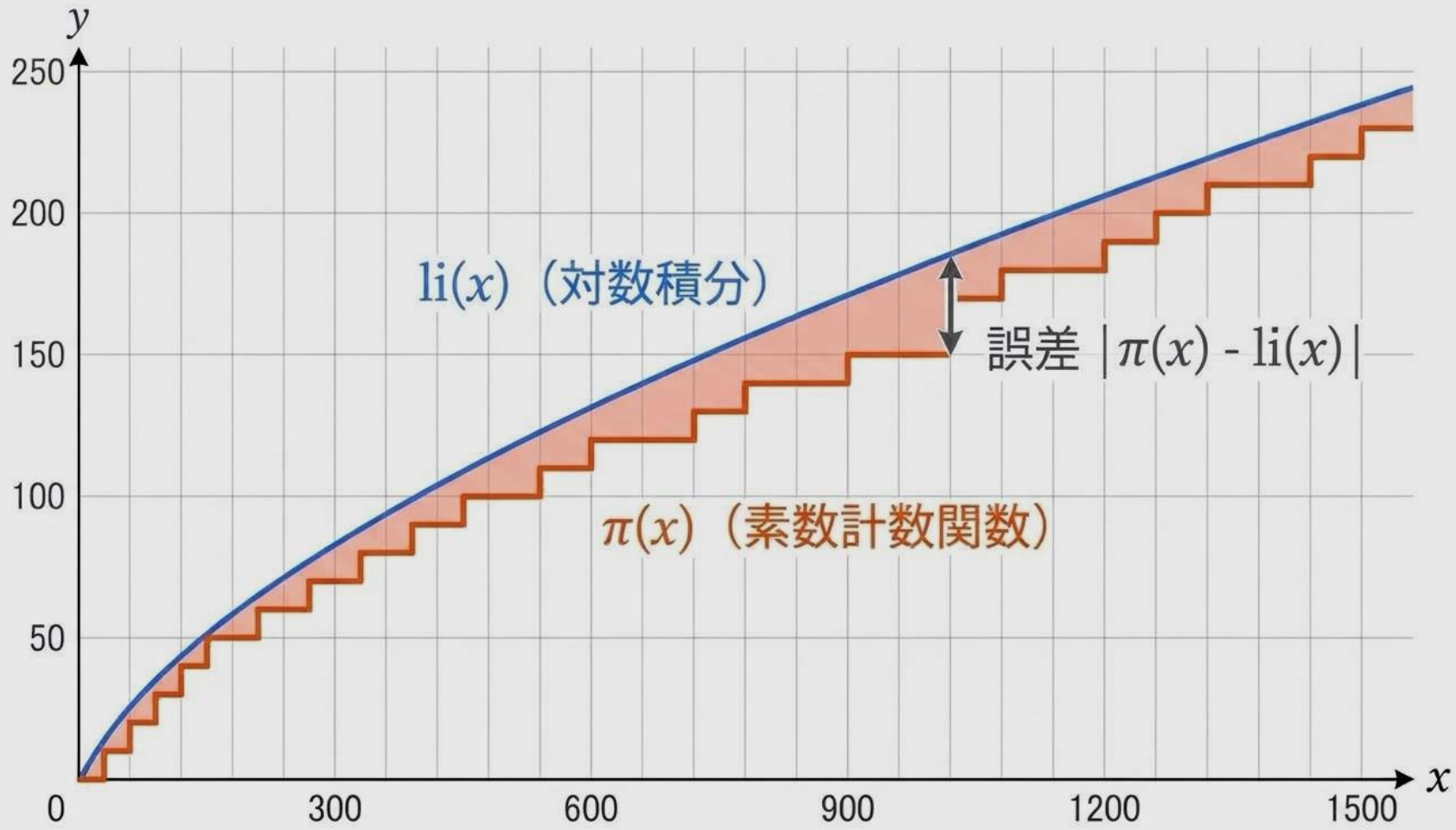
素数は不規則に出現するわけですが,

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x} \sim \mathrm{li}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\log t}$$

x以下の素数の個数を表す素数計数関数$\pi(x)$は,
$x/\log x$や対数積分に漸近することが知られています.

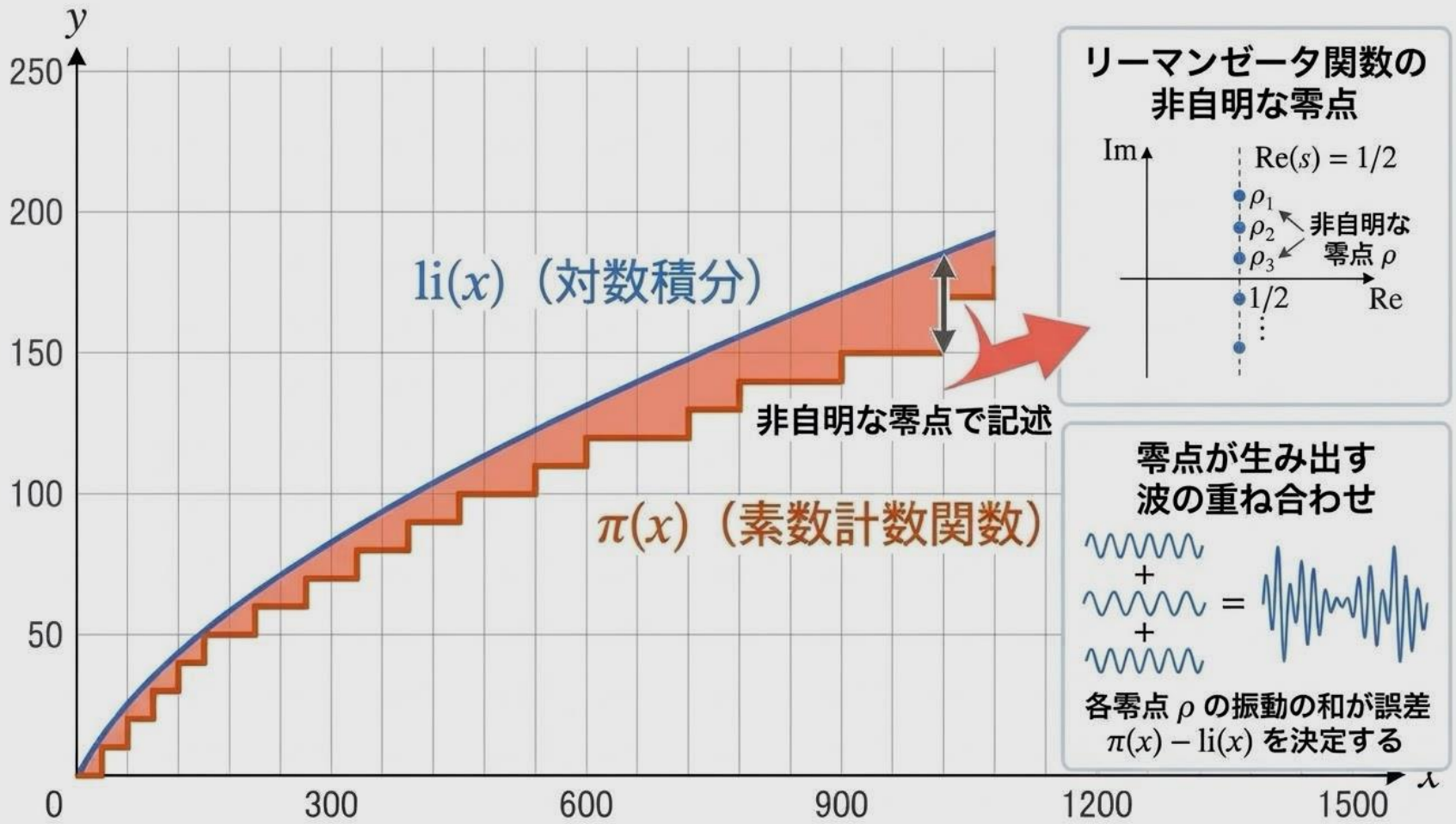
$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x} \sim \mathrm{li}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\log t}$$

これが，1896年に証明された，素数定理です．



しかし，これはあくまでも近似に過ぎず，

実際の$\pi(x)$とはズレが生じます．



RiemannとvonMangoldtは，このズレが，リーマンゼータ関数の非自明な零点によって正確に記述されることを突き止めました．

$$\pi(x) = \mathrm{li}(x) + O(\sqrt{x}\log x)$$

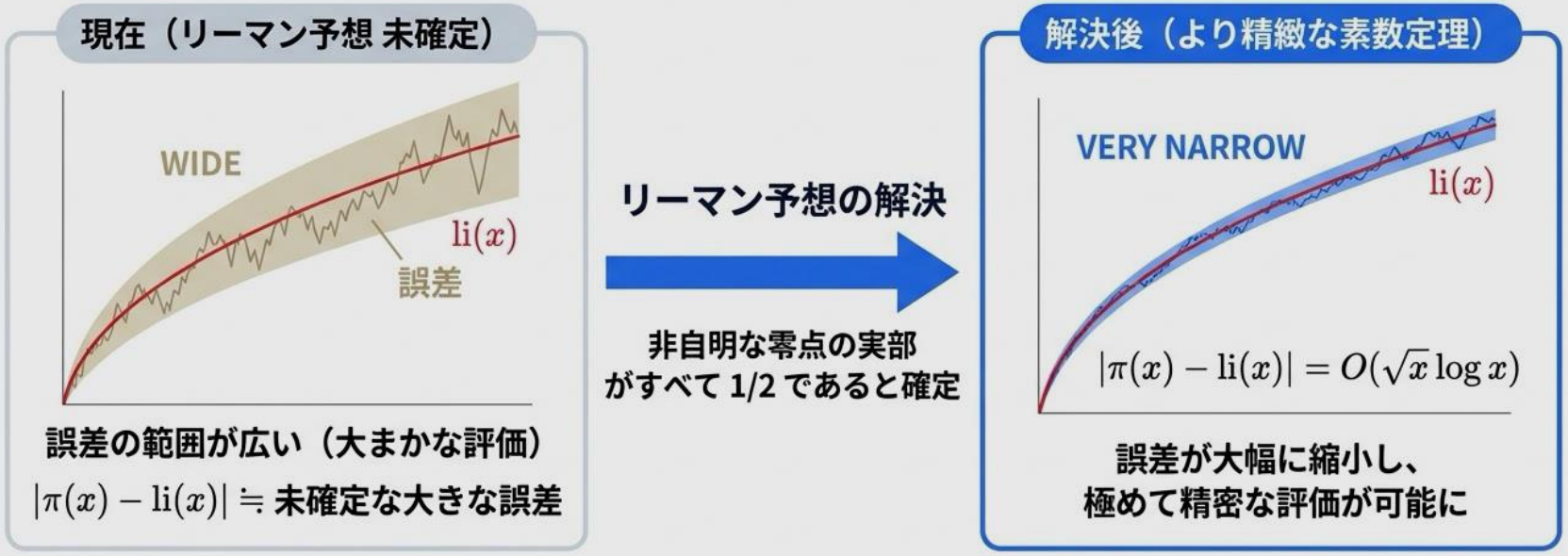
Helge von Kochは，リーマン予想と同値な命題として，この評価を示し，

$$|\pi(x) - \mathrm{li}(x)| < \frac{1}{8\pi}\sqrt{x}\log x \quad (x \geq 2657)$$

Lowell Schoenfeldが，リーマン予想を仮定すると，
この不等式が成り立つことを示しました．

リーマン予想の解決による素数定理の精緻化

非自明な零点が確定することで、素数分布の誤差評価が劇的に精密になる



1. リーマン予想の解決 → 2. 零点の揺らぎが最小化 → 3. 素数定理がより精緻に

つまり，リーマン予想が解決すると，
素数定理の近似のズレが，より詳細に明らかになるのです．

1. 素数定理の誤差評価

$$|\pi(x) - \mathrm{li}(x)| = O(\sqrt{x}\log x)$$

素数計数関数と対数積分の誤差が $\sqrt{x}\log x$ のオーダーに収まる

2. メビウス関数の和

$$M(x) = \sum_{n \le x} \mu(n) = O\left(x^{1/2+\varepsilon}\right)$$

任意の $\varepsilon > 0$ に対し、メビウス関数の累積和の増加が抑えられる

3. ロバンの不等式（約数の和）

$$\sigma(n) < e^{\gamma} n \log\log n \ (n \ge 5041)$$

すべての $n \ge 5041$ に対して約数の総和 $\sigma(n)$ がこの上限を下回る

4. ラガリアスの不等式（調和数）

$$\sigma(n) \le H_n + e^{H_n}\log H_n \quad (n \ge 1)$$

調和数 H_n と約数の和のみで記述できる初等的な同値命題

また，リーマン予想は，ほかにもさまざまな言い換えが知られており，

1. 素数定理の誤差評価

$$|\pi(x) - \mathrm{li}(x)| = O(\sqrt{x}\log x)$$

素数計数関数と対数積分の誤差が $\sqrt{x}\log x$ のオーダーに収まる

2. メビウス関数の和

$$M(x) = \sum_{n \le x} \mu(n) = O\left(x^{1/2+\varepsilon}\right)$$

任意の $\varepsilon > 0$ に対し、メビウス関数の累積和の増加が抑えられる

3. ロバンの不等式（約数の和）

$$\sigma(n) < e^{\gamma} n \log\log n \ (n \ge 5041)$$

すべての $n \ge 5041$ に対して約数の総和 $\sigma(n)$ がこの上限を下回る

4. ラガリアスの不等式（調和数）

$$\sigma(n) \le H_n + e^{H_n}\log H_n \quad (n \ge 1)$$

調和数 H_n と約数の和のみで記述できる初等的な同値命題

数論にとどまらず，多くの分野で重要な結果を生むことが分かっています．

1. 算術級数の素数定理（誤差評価）

$$\left|\pi(x;q,a)-\frac{\mathrm{li}(x)}{\phi(q)}\right|=O(\sqrt{x}\log x)$$

等差数列 $qn+a$ に含まれる素数分布の誤差評価が大幅に精密化される

2. アルティンの原始根予想

$a \neq -1, m^2 \Rightarrow$ 無限個の素数 p の原始根

未解決の「アルティン予想」が GRH の仮定のもとで完全に証明される

3. 決定性素数判定の高速化

計算量 $O((\log n)^4)$ で素数判定

ミラーの素数判定法が多項式時間の決定性アルゴリズムとして保証される

4. 最小平方非剰余の上界

$$n_p = O((\log p)^2)$$

素数 p に対する最小の平方非剰余が $(\log p)^2$ 程度に抑えられる

さらに，GRHが解決すると，より多くの結果が従い，
現代数学は大きく発展することになります．

https://www.claymath.org/



2000年に，アメリカのクレイ数学研究所は，
リーマン予想を含む7つの数学の未解決問題を，

ミレニアム懸賞問題 一覧（全7問）

クレイ数学研究所（2000年発表・各賞金100万ドル）

1. 
ポアンカレ予想
解決済み

2. 

リーマン予想
未解決

3. 

P≠NP予想
未解決

4. 
ヤン－ミルズ方程式と
質量ギャップ問題
未解決

5. 
ナビエ–ストークス方程式の
解の存在と滑らかさ
未解決

6. 
ホッジ予想
未解決

7. 
バーチ・スウィンナートン＝
ダイアー予想（BSD予想）
未解決

ミレニアム懸賞問題として位置づけ，100万ドルの懸賞金を設定しました．

ミレニアム懸賞問題 一覧（全7問）

クレイ数学研究所（2000年発表・各賞金100万ドル）

1. 
ポアンカレ予想
解決済み

2. 

リーマン予想
未解決

3. 

P≠NP予想
未解決

4. 
ヤンーミルズ方程式と
質量ギャップ問題 未解決

5. 
ナビエ–ストークス方程式の
解の存在と滑らかさ
未解決

6. 
ホッジ予想
未解決

7. 
バーチ・スウィンナートン=
ダイアー予想（BSD予想）
未解決

リーマン予想が解決することによる影響については，
後で詳しく解説します．

3. これまでの進展

続いて，リーマン予想のこれまでの進展をご紹介します．

3.1. 古典的な進展

まずは，古典的な進展を振り返りましょう．

https://en.wikipedia.org/wiki/Jacques_Hadamard
https://en.wikipedia.org/wiki/Charles-Jean_de_La_Vallée_Poussin



Jacques Hadamard



Charles Jean de la Vallée Poussin

1896年に，Jacques Hadamardと
Charles Jean de la Vallée Poussinは，

1896年：実部1上に非自明な零点が存在しないことの証明

Jacques Hadamard と Charles Jean de la Vallée Poussin による独立証明

1896年

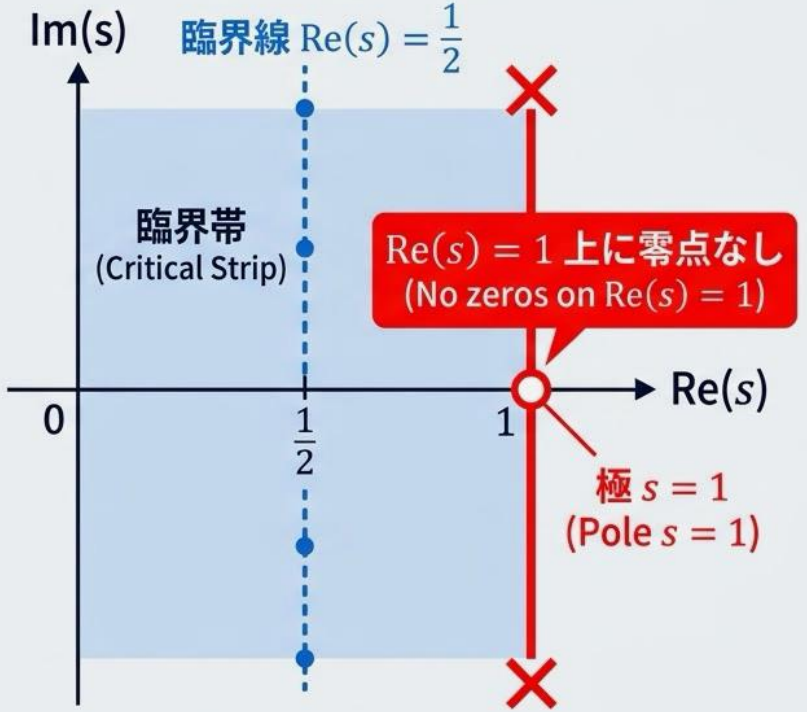


Jacques Hadamard
(ジャック・アダマール)



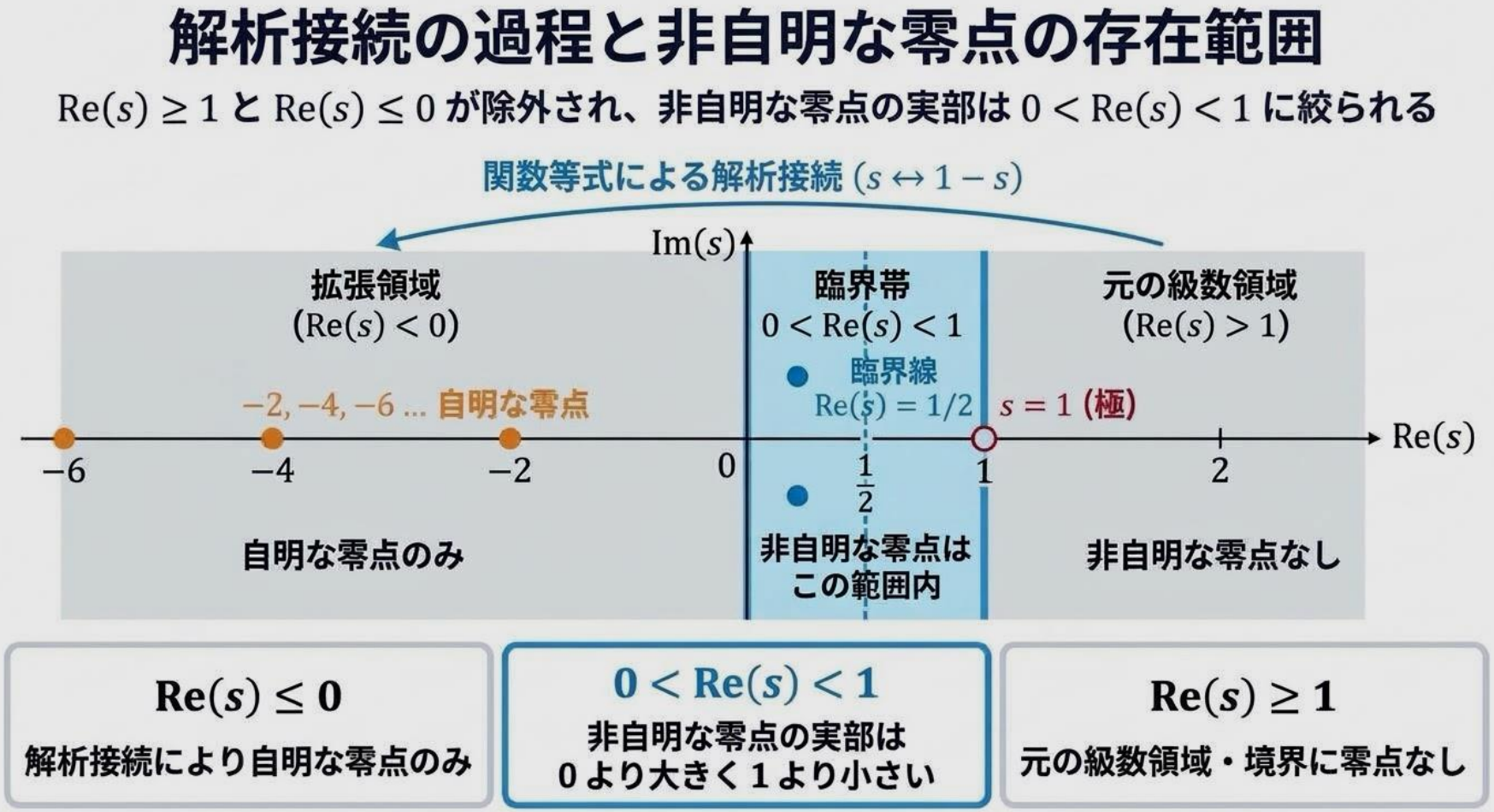
Charles Jean de la Vallée Poussin
(ド・ラ・ヴァレ・プーサン)

証明された事実：
$\mathrm{Re}(s)=1$ **上に、ゼータ関数の非自明な零点は存在しない** $(\zeta(1+it)\neq 0)$



実部が1であるような，

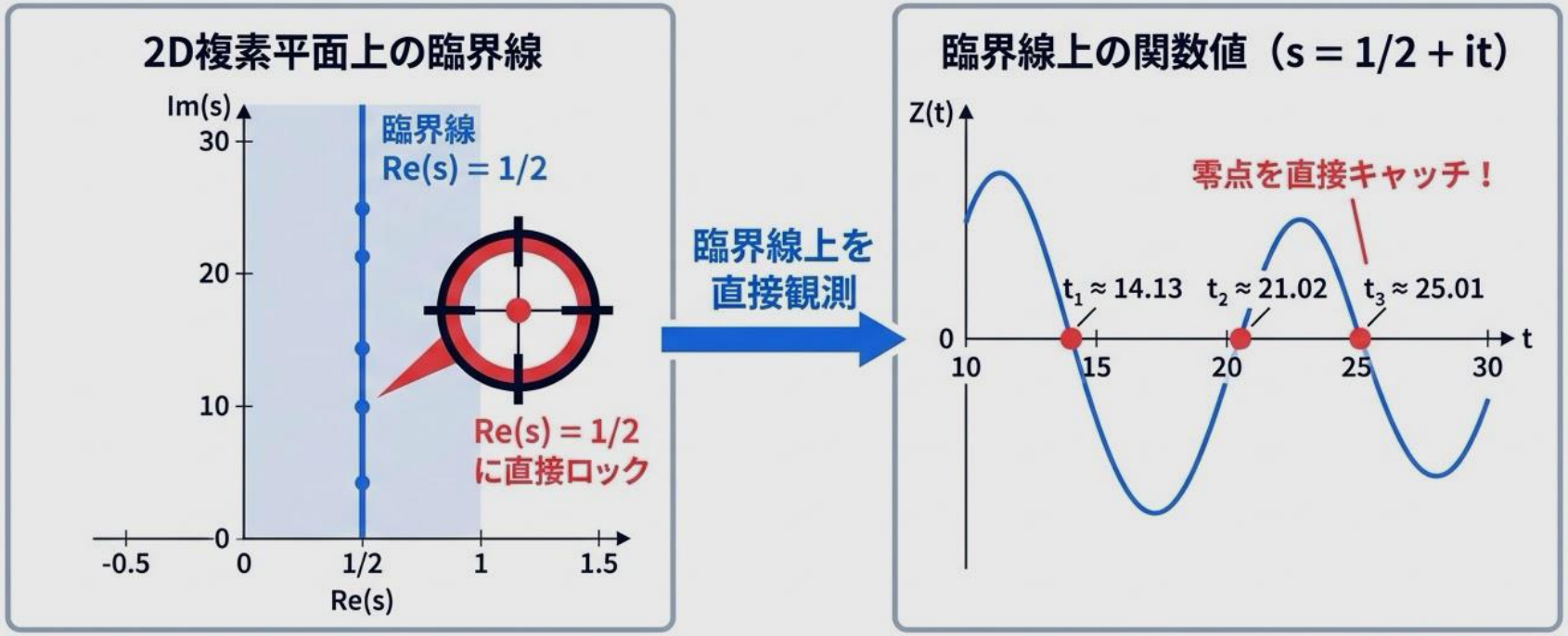
ゼータ関数の非自明な零点が存在しないことを示しました．



これによって，ゼータ関数の解析接続の過程と合わせて，ゼータ関数の非自明な零点の実部は，0より大きく1より小さいことが判明しました.

実部が 1/2 である非自明な零点を直接捉える

臨界線 Re(s) = 1/2（s = 1/2 + it）上に焦点を合わせて零点を観測する



実部が1/2であるゼータ関数の非自明な零点を直接捉えるアプローチを見ていきましょう.

https://en.wikipedia.org/wiki/G._H._Hardy



Godfrey Harold Hardy

1914年に，Godfrey Harold Hardyは，
実部が1/2である非自明な零点が，無数に存在することを示しました．

https://en.wikipedia.org/wiki/Atle_Selberg



Atle Selberg

1942年には，Atle Selbergによって，非自明な零点のうち，
実部が1/2であるものの割合は正になることが判明し，

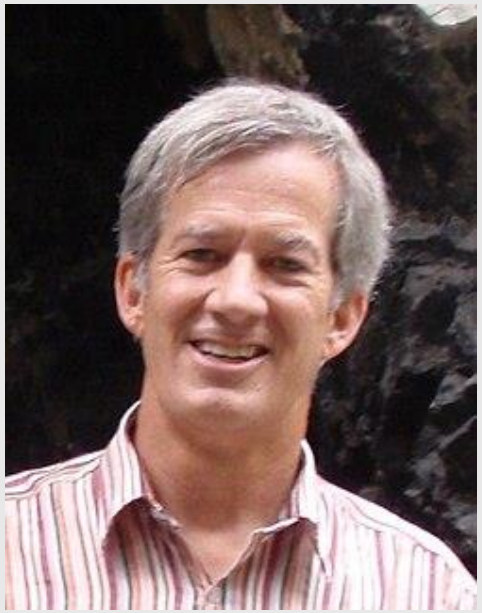
https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Levinson/



Norman Levinson

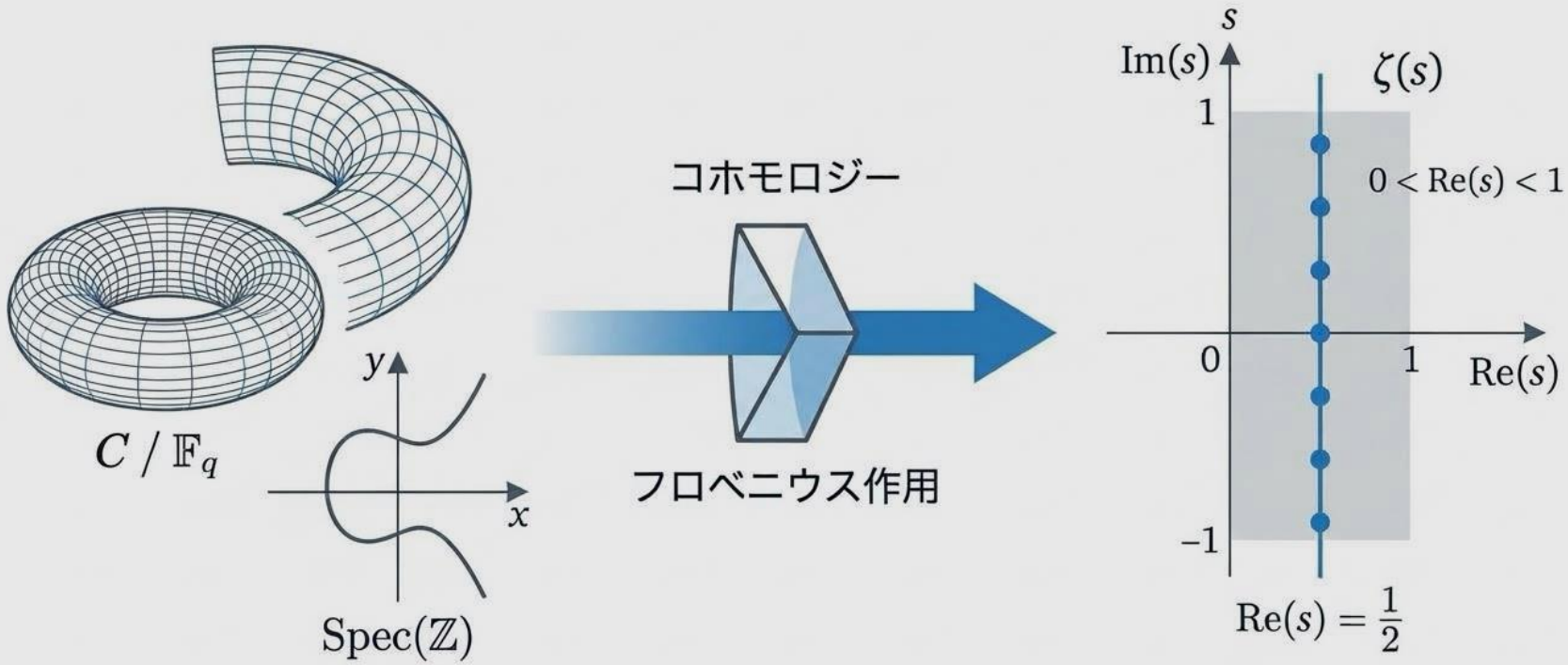
1974～1975年に，Norman Levinsonが，その割合を約34.74%以上に，

https://en.wikipedia.org/wiki/Brian_Conrey



Brian Conrey

1989年に，Brian Conreyが，約40.88%以上にまで押し上げました．



一方，代数幾何学による異なるアプローチも行われました．

https://en.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A9_Weil



André Weil

1940年代に，André Weilは，
有限体上の代数曲線に対するリーマン予想を示しました．

https://www.mathnet.ru/links/dec038a6c458132110ec62375b0072e6/im2197_eng.pdf

ON THE NUMBER OF POINTS OF A HYPERELLIPTIC CURVE OVER A FINITE PRIME FIELD

S. A. STEPANOV

Abstract. A new method is proposed in this paper for investigating algebraic congruences with prime modulus, leading in the case of hyperelliptic curves to estimates of the same order of strength as the classical estimates of Hasse and Weil.

1969年には，Sergei Stepanovが
有限体上の超楕円曲線に対するリーマン予想の新たな証明を発表し，

https://en.wikipedia.org/wiki/Enrico_Bombieri



Enrico Bombieri

1973年に，Enrico Bombieriによって整理されることになります．

https://www.mathnet.ru/links/dec038a6c458132110ec62375b0072e6/im2197_eng.pdf

ON THE NUMBER OF POINTS OF A HYPERELLIPTIC CURVE OVER A FINITE PRIME FIELD

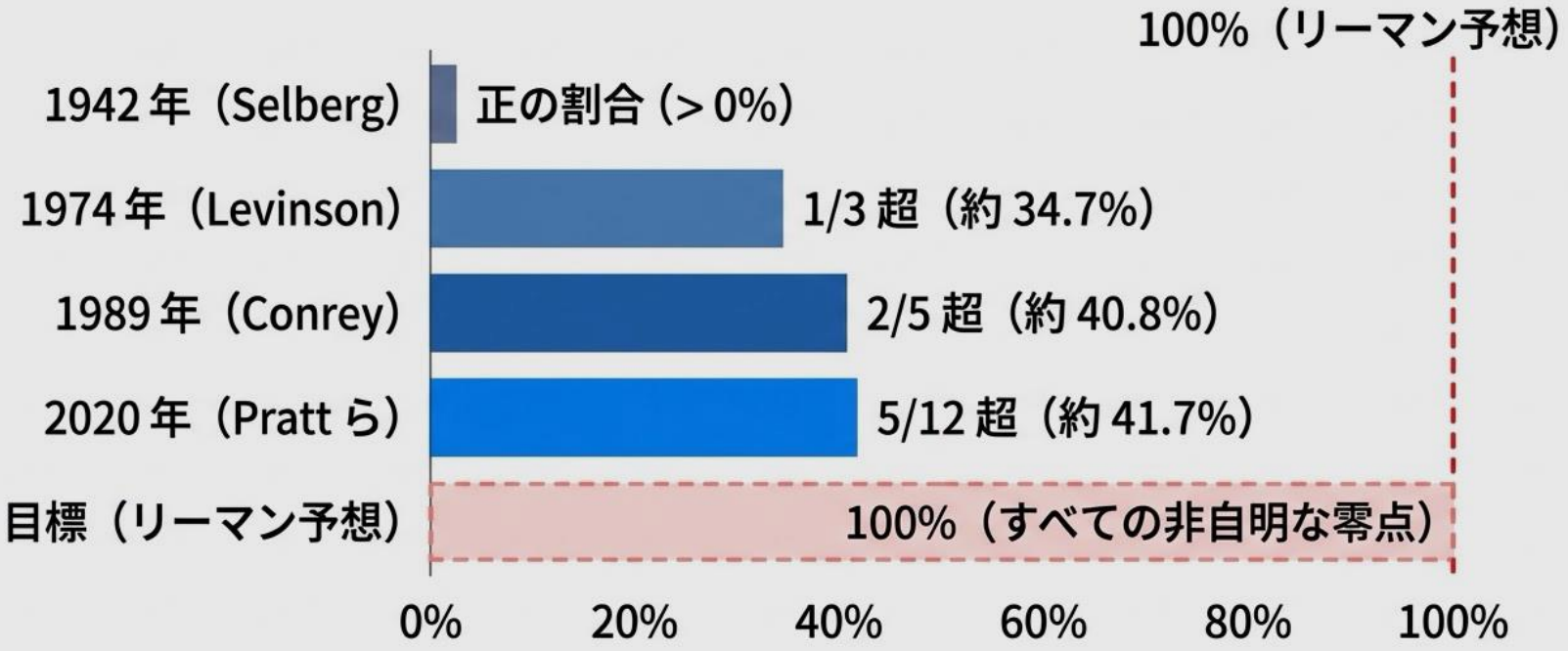
S. A. STEPANOV

Abstract. A new method is proposed in this paper for investigating algebraic congruences with prime modulus, leading in the case of hyperelliptic curves to estimates of the same order of strength as the classical estimates of Hasse and Weil.

Stepanovによるこのアプローチは，
今回発表された証明に密接に関係しています．

3.2. 現代数学による進展

次に，現代数学による進展を見ていきましょう．



まず，実部が1/2である
ゼータ関数の非自明な零点の割合についての評価が進みました．

https://arxiv.org/pdf/1802.10521

MORE THAN FIVE-TWELFTHS OF THE ZEROS OF ζ ARE ON THE CRITICAL LINE

KYLE PRATT, NICOLAS ROBLES, ALEXANDRU ZAHARESCU, AND DIRK ZEINDLER

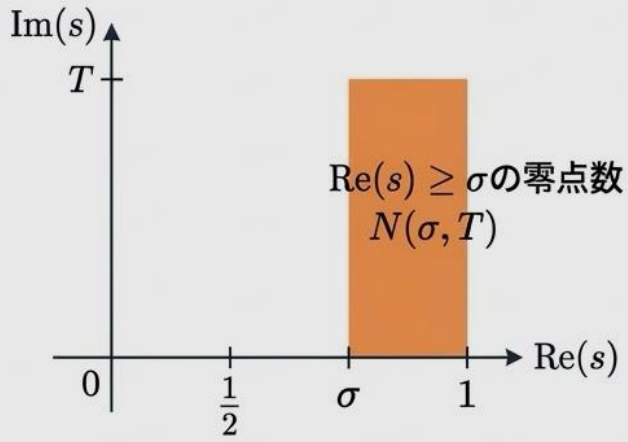
Dedicated to Brian Conrey on the occasion of the 30th anniversary of his 'Two-fifths' paper.

2020年には，Pratt，Robles，Zaharescu，Zeindlerらが
Levinsonの方法を洗練させ，約41.7293%以上に押し上げました．

零点密度評価の進展（$N(\sigma, T)$ の上限）

実部が σ $(> 1/2)$ 以上にある非自明な零点の個数の上限を抑える研究

$N(\sigma, T)$ が数える領域



$$N(\sigma, T) \ll T^{A(1-\sigma)+\varepsilon}$$

評価指数 A の引き下げ（小さいほど精密）

1972年（Huxley）

12/5 = 2.40（50年以上維持）

2024年（Guth–Maynard）

30/13 ≈ 2.31（52年ぶりの更新）

目標（密度仮説）

2.00（リーマン予想では 0 個）

上限の縮小（進展）

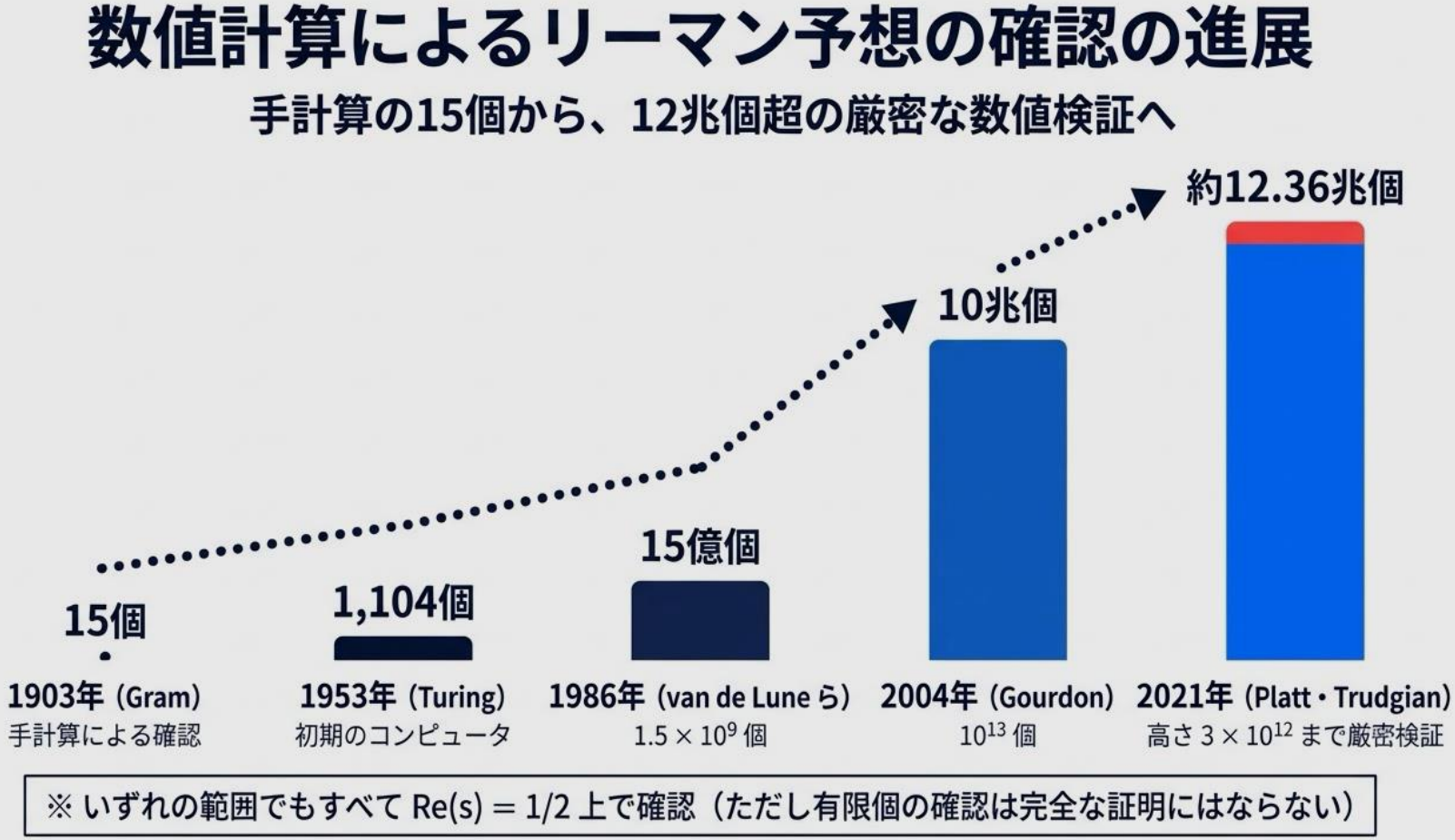
一方，実部が1/2より大きい一定の値以上である
非自明な零点の個数の上限を評価する，零点密度評価も進み，

https://arxiv.org/pdf/2405.20552

NEW LARGE VALUE ESTIMATES FOR DIRICHLET POLYNOMIALS

LARRY GUTH AND JAMES MAYNARD

2024年に，Larry GuthとJames Maynardによって，
80年以上ぶりに，より良い評価が与えられました．



また，数値計算も進んでいます．

https://arxiv.org/pdf/2004.09765

The Riemann hypothesis is true up to $3 \cdot 10^{12}$

Dave Platt*
School of Mathematics,
University of Bristol, Bristol, UK
dave.platt@bris.ac.uk

Tim Trudgian*†
School of Science
The University of New South Wales Canberra, Australia
t.trudgian@adfa.edu.au

April 22, 2020

2021年には，PlattとTrudgianによって，
虚部が0より大きく300175332800以下である，

https://arxiv.org/pdf/2004.09765

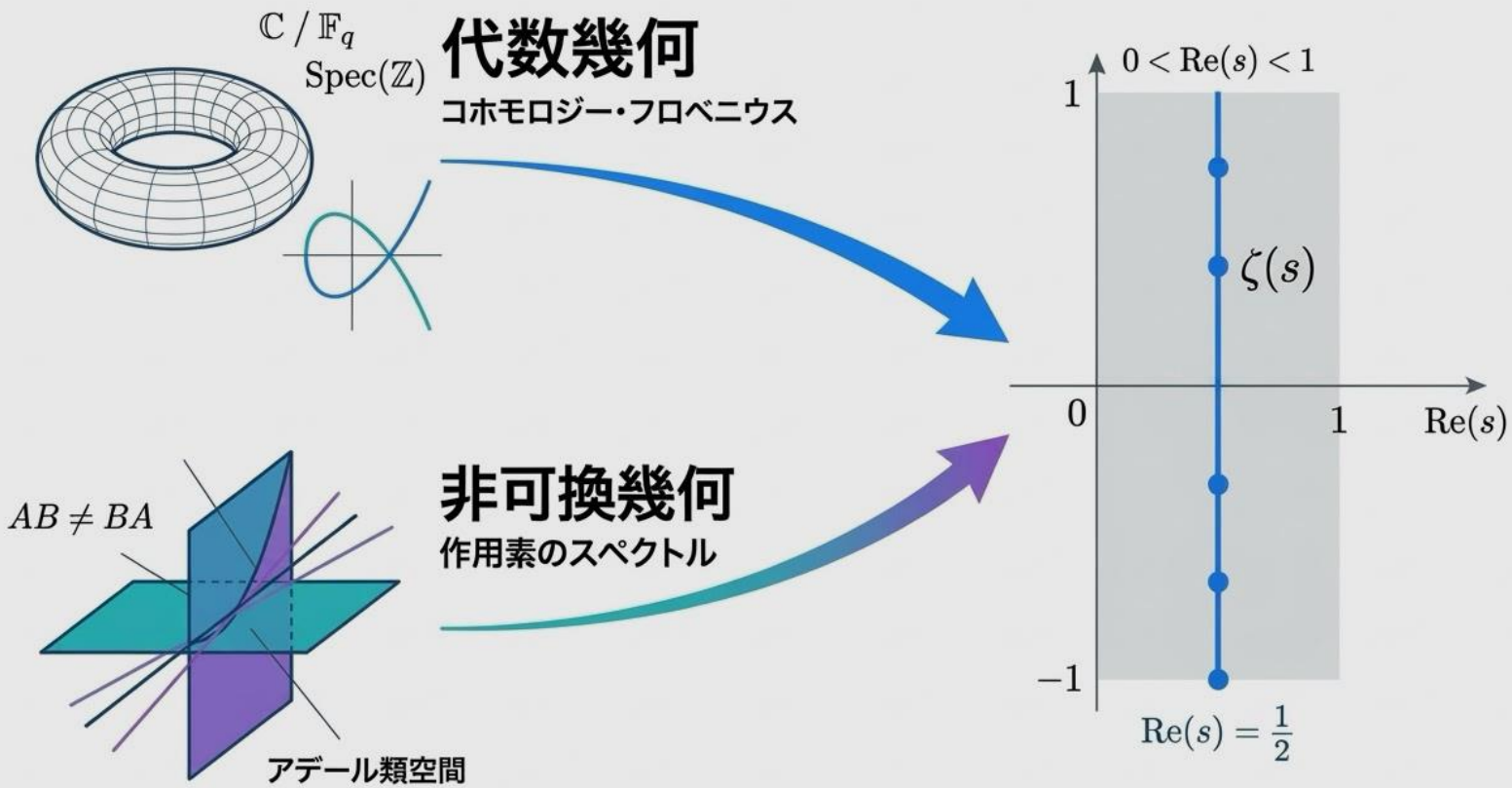
The Riemann hypothesis is true up to $3 \cdot 10^{12}$

Dave Platt*
School of Mathematics,
University of Bristol, Bristol, UK
dave.platt@bris.ac.uk

Tim Trudgian*†
School of Science
The University of New South Wales Canberra, Australia
t.trudgian@adfa.edu.au

April 22, 2020

最初の1236315343713 8個の非自明な零点の実部が1/2であり，
重複度が1であることが判明しました．

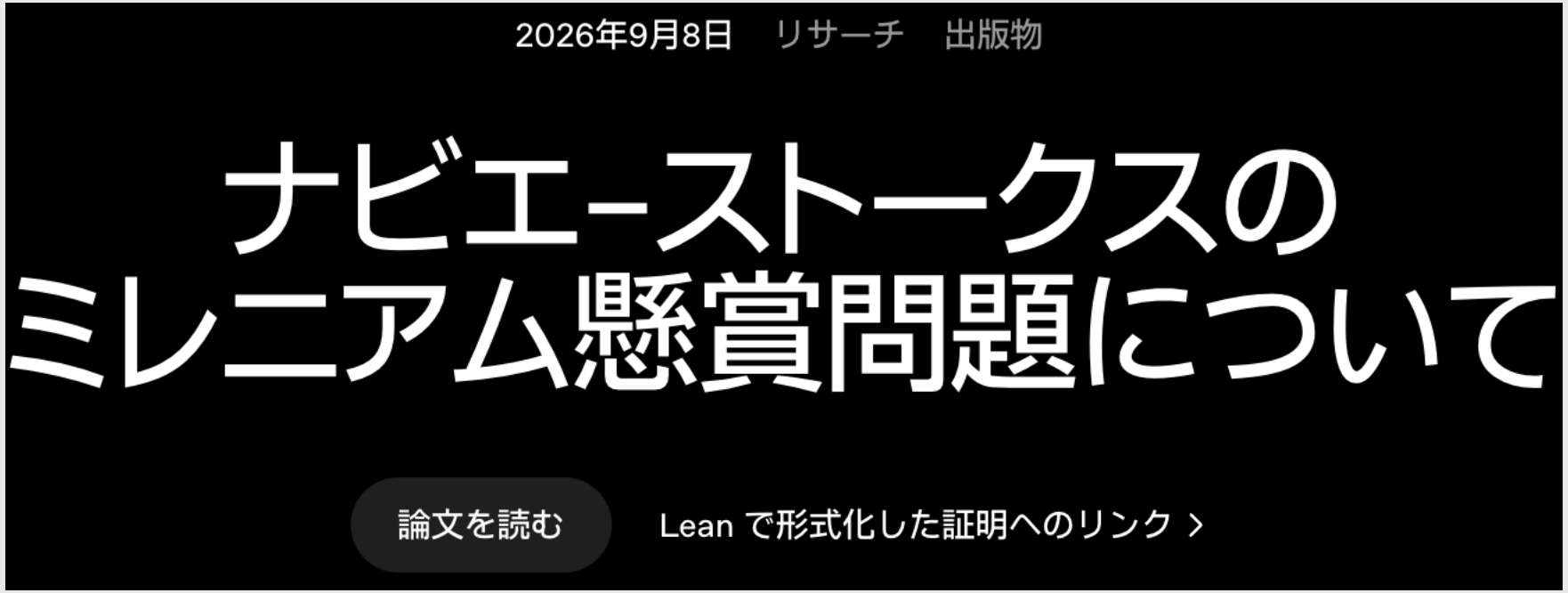


他にも，代数幾何や非可換幾何など，
さまざまなアプローチが行われています．

3.3. AI時代の進展

2024年半ばから，AIの数学力が急激に進歩していきます．

https://openai.com/ja-JP/index/navier-stokes-solution/



2026年9月8日には，OpenAIが外力付き3次元ナビエ-ストークス方程式の爆発解のLeanによる形式証明を発表しました．

https://en.wikipedia.org/wiki/Levent_Alpöge



Levent Alpöge

これに対して，今回の証明を発表したAlpöge氏らは，
自分たちのデータの流用可能性を指摘し，

https://mathandai.org/

A Severe Misalignment of AI in Mathematics

Published 11 September 2026 · DOI 10.5281/zenodo.22737750 ▶ English

25名のフィールズ賞受賞者による
共同声明が発表される事態となりました.

ヤコビアン予想の反例を公表

Alpöge氏が 2026年7月19日～20日にかけて公表

2026年7月19日～20日



Alpöge 氏

ヤコビアン予想の反例を公表

反例の提示

反例の意味（ヤコビアン予想）

- ヤコビアンが非ゼロ定数 ($\det J(F) = c \neq 0$)
- しかし、逆写像は多項式ではない（反例）

予想の前提を満たしつつ結論が成り立たない例を提示

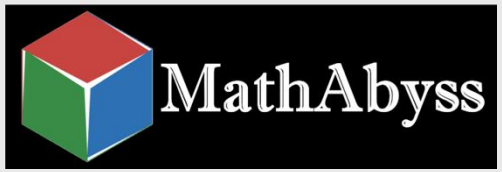
Alpöge氏は，2026年7月19日から20日にかけて，

ヤコビアン予想の反例を公表したことでも知られています．

AIが数学の未解決問題を解決!?

$$\det J_f = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

ヤコビアン予想 徹底解説

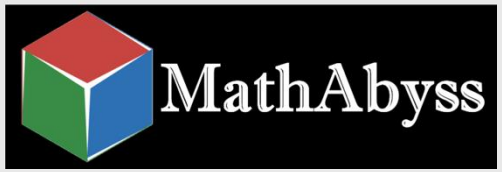


ヤコビアン予想に関しては，こちらの動画で詳しく解説しています．

AIが数学の未解決問題を解決!?

$$\det J_f = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

ヤコビアン予想 徹底解説



右上のカードまたは概要欄のリンクからご覧いただけます.

AIによるリーマン予想の進展タイムライン

2026年8月～10月：AIと形式証明がもたらした主要なマイルストーン

2026年8月

Claude（Anthropic）

零点割合

2/3超 (67.25%超)

臨界線 $\mathrm{Re}(s) = 1/2$ 上の零点割合の下界を41.7%から大幅更新 (Lean 形式化付き)



→

2026年9月

後続研究による拡張

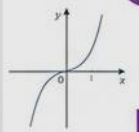
単純零点・関連評価の進展

2/3超の新証明や、88.76%超が単純零点または臨界線上である成果が発表

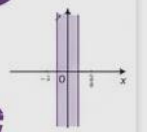


→

2026年10月



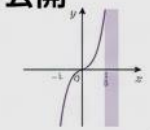
OpenAI



固定帯域

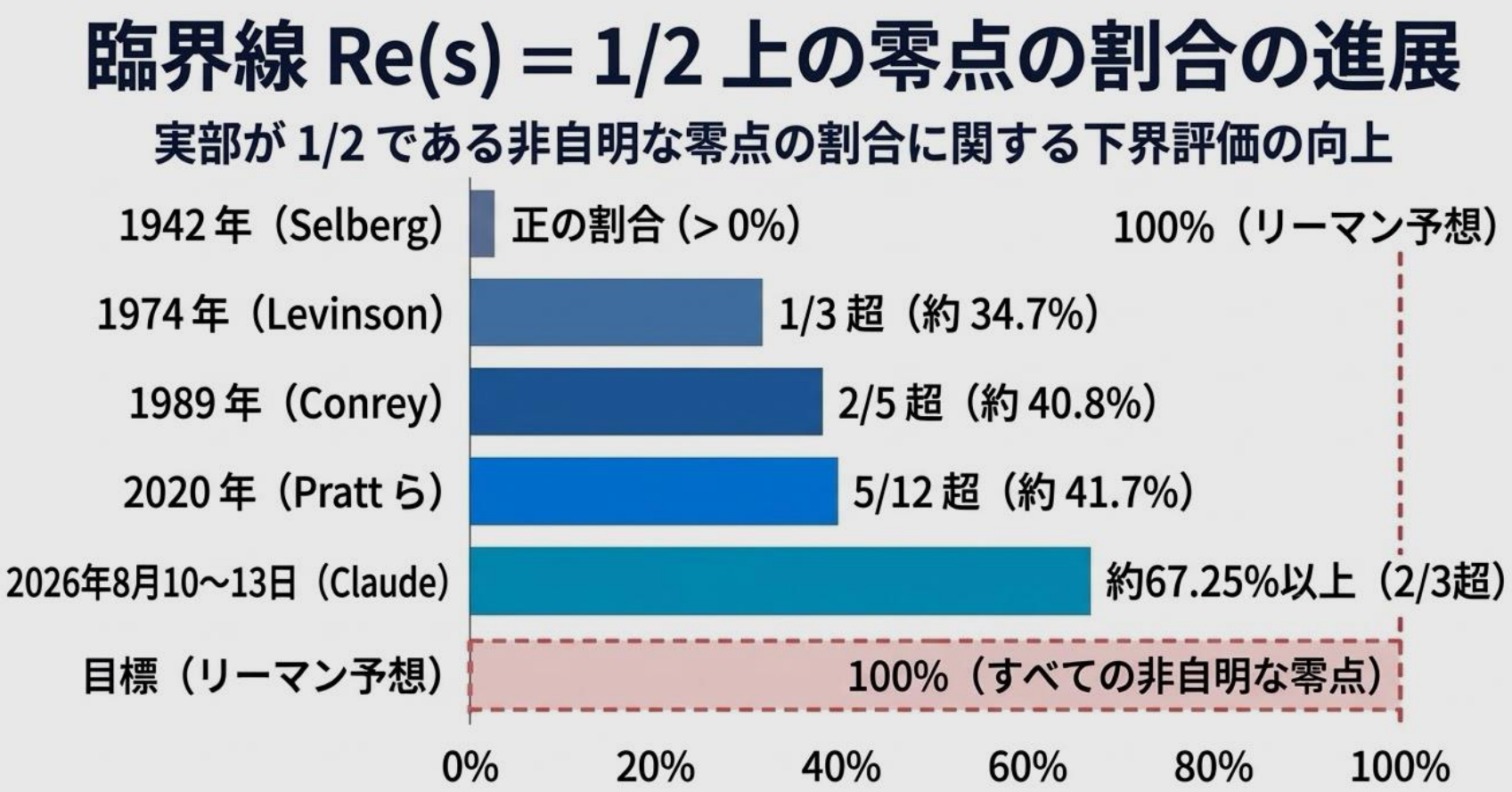
$1/8 \leq \mathrm{Re}(s) \leq 7/8$

すべての非自明な零点が狭い固定帯域（準リーマン予想）に収まる証明を公開



さて，AIによるリーマン予想の進展は，

2026年8月以降から，本格的に始まりました．



2026年8月10日から13日にかけて，Claudeが，実部が1/2である非自明な零点の割合を，約67.25%以上にまで押し上げました．

https://arxiv.org/pdf/2608.13637

MORE THAN TWO THIRDS OF THE ZEROS OF THE RIEMANN ZETA FUNCTION ARE SIMPLE AND ON THE CRITICAL LINE

LEVENT ALPÖGE AND RALPH FURMAN

The mathematical argument in this paper was discovered and written by Claude, an AI developed by Anthropic.
The listed authors verified the proof and take responsibility for its content.

この発見は人間によって整理され，論文化されました．

ANTHROP\C

8月時点で，Anthropicは
「この手法でリーマン予想が証明できるとは思わない」と明言しています．

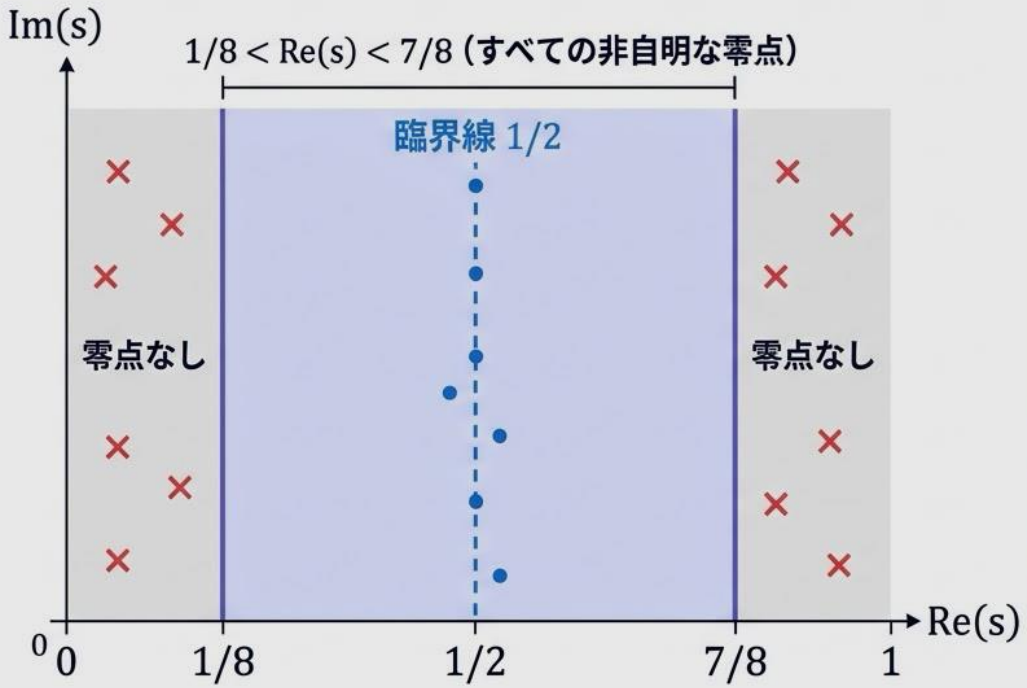
https://openai.com/ja-JP/index/sharing-ai-progress-in-mathematics/



2026年10月6日には，OpenAIが722本の論文を公開しました．

準リーマン予想の解決（$1/8 < \mathrm{Re}(s) < 7/8$）

任意の非自明な零点の実部が、より狭い固定帯域に絞り込まれた



従来の確定範囲

$0 < \mathrm{Re}(s) < 1$

準リーマン予想の解決

$1/8 < \mathrm{Re}(s) < 7/8$

（両端 1/8 ずつを除外）

リーマン予想（究極の目標）

$\mathrm{Re}(s) = 1/2$

（一直線に限定）

その中には，任意の非自明な零点の実部が，1/8より大きく

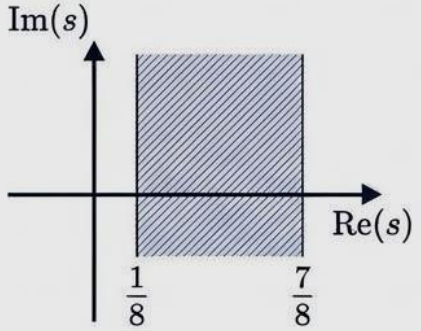
7/8より小さいことを示す，準リーマン予想の証明が含まれていました．

準リーマン予想の手法による完全解決の難しさ

多くの数学者は、$\frac{1}{8} < \mathrm{Re}(s) < \frac{7}{8}$ を示す証明方法ではリーマン予想の完全解決は難しいと考えている

準リーマン予想の証明手法

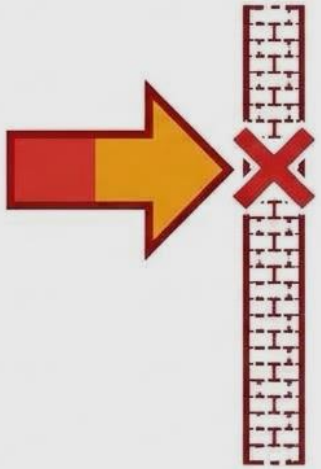
到達点：$\frac{1}{8} < \mathrm{Re}(s) < \frac{7}{8}$



零点の範囲を一定の幅まで絞り込むことは可能

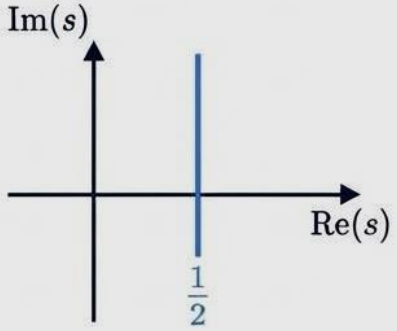
多くの数学者の見解

この手法のままでは
完全解決は難しい（手法の限界）



リーマン予想の完全解決

目標：$\mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$（幅ゼロ）



一直線上に完全に確定させるには新たな理論が必要

しかし，多くの数学者は，
この証明方法ではリーマン予想の完全解決は難しく，

https://www.numberphile.com/podcast/terence-tao-ai

Numberphile
supported by Jane Street

No More Heroes - Terry Tao on AI in Mathematics

Terence Tao氏は「AIがリーマン予想を解決するのは
2050年より前のいつかだろう」と予想していたとの報道もあります.

2026/11/20

そんな中，2026年11月20日，衝撃のニュースが飛び込んできました．

4. リーマン予想が解決!?

それでは，リーマン予想を解決したとする今回の発表について，
詳しく見ていきましょう．

4.1. AIによる証明の発表

2026年11月20日，Anthropicに所属する数論学者Levent Alpöge氏は，

https://alpo.ge/

Levent Alpöge (pt&rl, anthropic, pbc / junior fellow, harvard sof, alpoge@fas, arXiv, cv, minor planet!! :D)

hi im levent!!!

alas and of course there's none of my cs work here (besides the really old stuff:)), but there are links below to my math work...!

the most recent paper is a solution of hilbert's tenth problem (posed in 1900) over all number fields

the second most recent one solves the problem of: assume whatever conjectures expected to be true you want --- can we then specify an algorithm which solves one of the "original problems" of number theory, namely to find all integral or rational solutions of a polynomial equation in two variables? (paper 15 gives an algorithm in special cases which doesn't assume anything.) i call it literally the world's worst algorithm

finally, for the third most recent one prob better to just link a quanta article

here's three more quanta articles: about the two hilbert ten papers that came out independently, an interview of Wei's in which she talks about some of our other work, and an article about new proofs of ultra old theorems, one of which i came up w (funny story which i def omit:)) in undergrad

個人のサイトに4ページの無署名覚書と，
14に分割された圧縮ファイルを公開しました．

https://alpo.ge/remark.pdf

I believe I have, working with Claude, discovered a proof[1] of the Riemann Hypothesis. In fact, the method easily extends much further, resolving the so-called Generalized Riemann Hypothesis, and I expect, with more time, the Extended Riemann Hypothesis too. Claude and I have also formalized the arguments without assumptions. It is natural to feel that this is an end, in my case a loss of a principal guiding light, but what I saw during the course of progress so amazed me that I believe it is one dawn across science of something far greater.

覚書には，「私はClaudeと協力して
リーマン予想の証明を発見したと考えている」と宣言されており，

https://alpo.ge/remark.pdf

I believe I have, working with Claude, discovered a proof[1] of the Riemann Hypothesis. In fact, the method easily extends much further, resolving the so-called Generalized Riemann Hypothesis, and I expect, with more time, the Extended Riemann Hypothesis too. Claude and I have also formalized the arguments without assumptions. It is natural to feel that this is an end, in my case a loss of a principal guiding light, but what I saw during the course of progress so amazed me that I believe it is one dawn across science of something far greater.

この結果がGRHの証明にまで拡張でき，
さらに時間をかければ，ERHの証明にも到達し得ることを述べています．



ちなみに，使用したClaudeのモデルについては明かされていません．

https://x.com/Motion_Viz/status/2123903120069820506/photo/1



開発中と思われる，Claude Saga 6というモデル名がリークされているので，その可能性もあると思います．

論文ゼロ・Lean 4 コードのみ公開という異例の形式

自然言語の証明が25万ページを超えたため、Alpöge氏が選んだ前例のない公開判断

STEP 1



自然言語テキストの機械生成

人間向けの証明文章が25万ページを超える規模に

→

STEP 2



Alpöge氏の判断

これほど膨大な文書の公開は不適切と判断

→

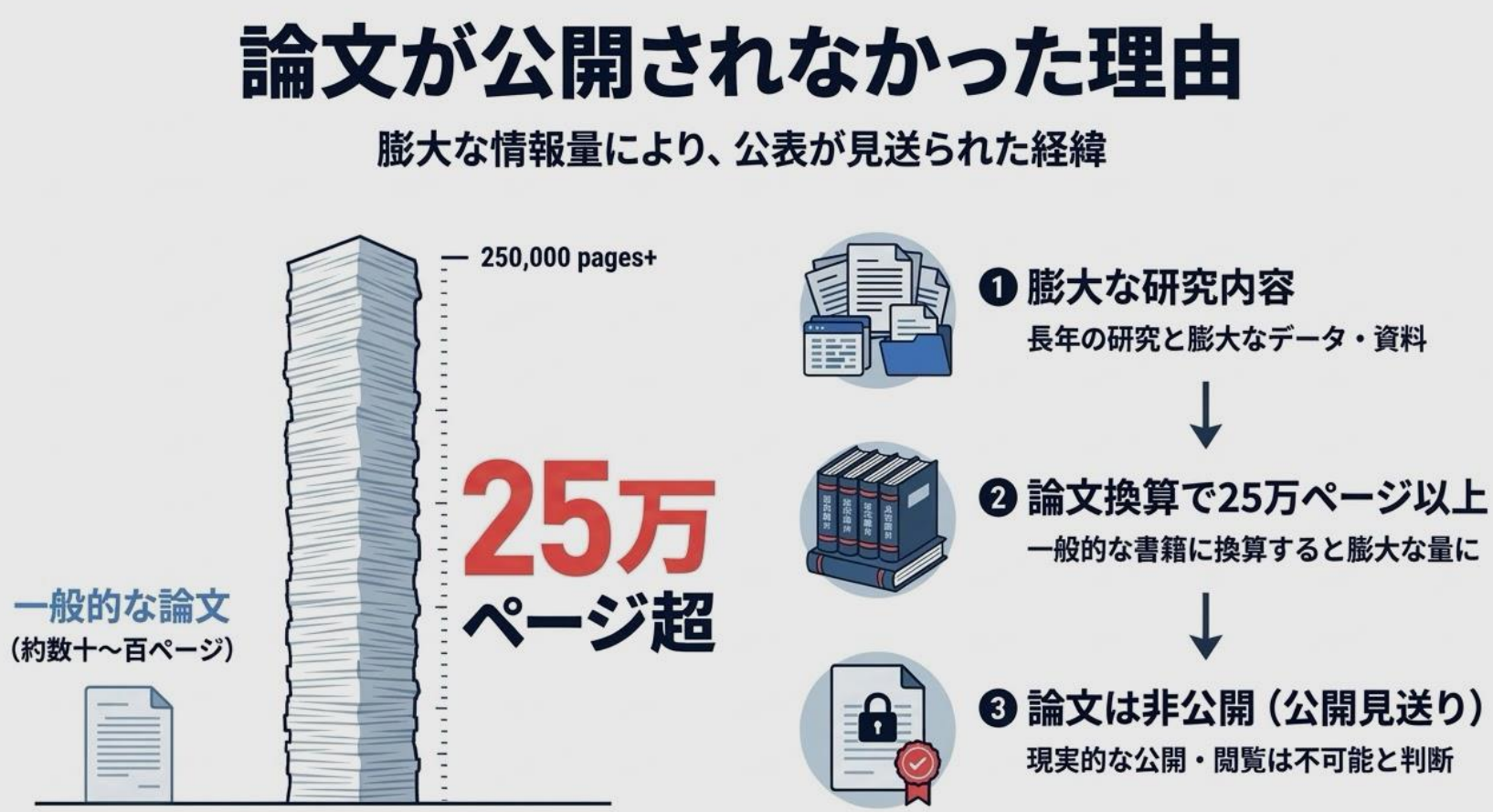
STEP 3

異例の公開形式

✕ **論文は一切非公開**
通常の論文としての公開を見送り

✓ **Lean 4 コードのみ公開** </> Lean 4
機械検証可能な形式証明のコードのみを公開

そして，今回の発表で異例なのは，その公開形式です．



人間向けの自然言語による証明テキストを機械生成したところ，
25万ページを超えたため，

https://alpo.ge/remark.pdf

This puts us in the rather extraordinary situation this age has made possible, in which I am presenting the world with a complete argument before having mastered a massive neighbourhood around its mathematics. It being obviously inappropriate to attempt to post some massive unreadable travesty of "slop"[2], I decided to only present Lean.

[2]I of course amused myself, and hit 250,000+ pages.

Alpöge氏は，これほどの文書を公開することは不適切であると判断し，

https://alpo.ge/remark.pdf

https://alpo.ge/lean.tar.gz.part01,...,https://alpo.ge/lean.tar.gz.part14.

論文を一切公開せず,
Lean 4による形式証明のコードのみを公開しました.



175187個のLeanソースファイル，約1740万行のコード，
約819000個の定理と補題からなる，とてつもない規模です．

4.1. AIによる証明の発表

https://alpo.ge/remark.pdf

1. 10/6/26: Stepanov determinant.
2. 10/9/26: $D^p \equiv 0$ on a CM curve for p inert in K, D the invariant derivation, and $\frac{D^a \cdot \theta(0)}{\Omega^a}$ is divisible by $p^{\frac{a}{p}+\frac{a}{p^3}+\cdots-O(\log a)}$.
3. 10/19/26+: $qN = M^k + R$, using $x_1 \cdot x_2 + \cdots + x_{k-1} \cdot x_k$, wanting "automorphy" of N since μ is automorphic from θ on sixfold cover of GL_5 as a period integral of thetas, quadric has natural interpretation on corresponding CM e.g. $\mathbb{C}/\mathbb{Z}[\omega]$ as Weil[5], put Poincaré bundle on the edges to get θs.
4. 10/6/26+: $W(\mathbb{1}_S) \geq 0$ via a determinant, interpret as Stepanov with multiplicity one again; bootstrap!!
5. 10/20/26: definitively switch to Λ aka $\sum_{n \leq X} \Lambda(n) \cdot \left(\frac{X}{n} - 1\right)_+ - X \log X + (1+\gamma) \cdot X$; Guinand-Weil had the sign, variance test function trick to make things look trace-formula-like (but how can I pigeonhole / Turán over n? X? *it*?), Mehta-like integral over twists or at infinity…
6. 10/8/26: $W\left(\mathbb{1}_{(0,1]} + (\sim X^\eta) \cdot \mathbb{1}_{(0,1/X]}\right) \geq 0$ gives $> 1 - \eta$.
7. 10/14/26: Determinants for $W(\cdot)$'s containing the desired periods, indeed GGP periods, with values $0, 1$ meaning interlacing weights, or up to m non-interlacing ones.
8. 11/15/26: Iterated theta lifts $U(X_0) \to U(X_1) \to \cdots \to U(X_m)$ between totally definite unitary groups, $\pi \mapsto \pi \boxplus \mu_j[t]$, wins multiplicity m. Time to take m like $\sqrt{X}$…
9. 11/15/26: Norms of the lifts and level and cancellation of order-m terms with proven divisibility via Chowla-Selberg, Weyl, and Siegel mass.
10. 11/15/26: Sufficient lower bound on divisibility of the m-fold iterated lift.
11. 10/6/26: Iwasawa tower via analogy to pigeonhole on $\mathbb{F}_{q^n}/\mathbb{F}_q$.
12. 11/15/26: Seesaw: the period of the iterated lift is a Bessel period independent of the Hecke characters, Rallis.
13. 10/6/26: Bost slope inequality.
14. 11/15/26: precise computation of the "cost" of each lift, showing that one would stop at $2/3$ a priori, attempt to get a main term and transfer constant to a function field or kill via twisting, need for "division".
15. 11/15/26: Glue together an integral structure across Hecke characters for a "gcd" i.e. extra averaging.
16. 10/14/26: Relative trace formula, seen in a different half-plane argument via sixfold cover of GL_5 automorphy of μ and reducing via Cauchy-Schwartz to a bound on the norm of a suitably projected Poincaré series, approximate orthogonality of the columns of the integral structure.
17. 11/15/26: for the classes in $H^1\left(\mathfrak{o}_E\left[\frac{1}{\ell}\right], \mathbb{Q}_\ell/\mathbb{Z}_\ell(-e)\right)$ that we couldn't kill by twisting, fight for a significant weakening of Vandiver.[6]
18. 11/15/26: computation of covolumes, theta series' index, congruences between lifts and forms.
19. 10/19/26: precise choice of the Iwasawa tower, specifically using Behrend!![7]
20. 11/16/26: GRH.

覚書の末尾には，Claudeが作成した作業ログが掲載されています．

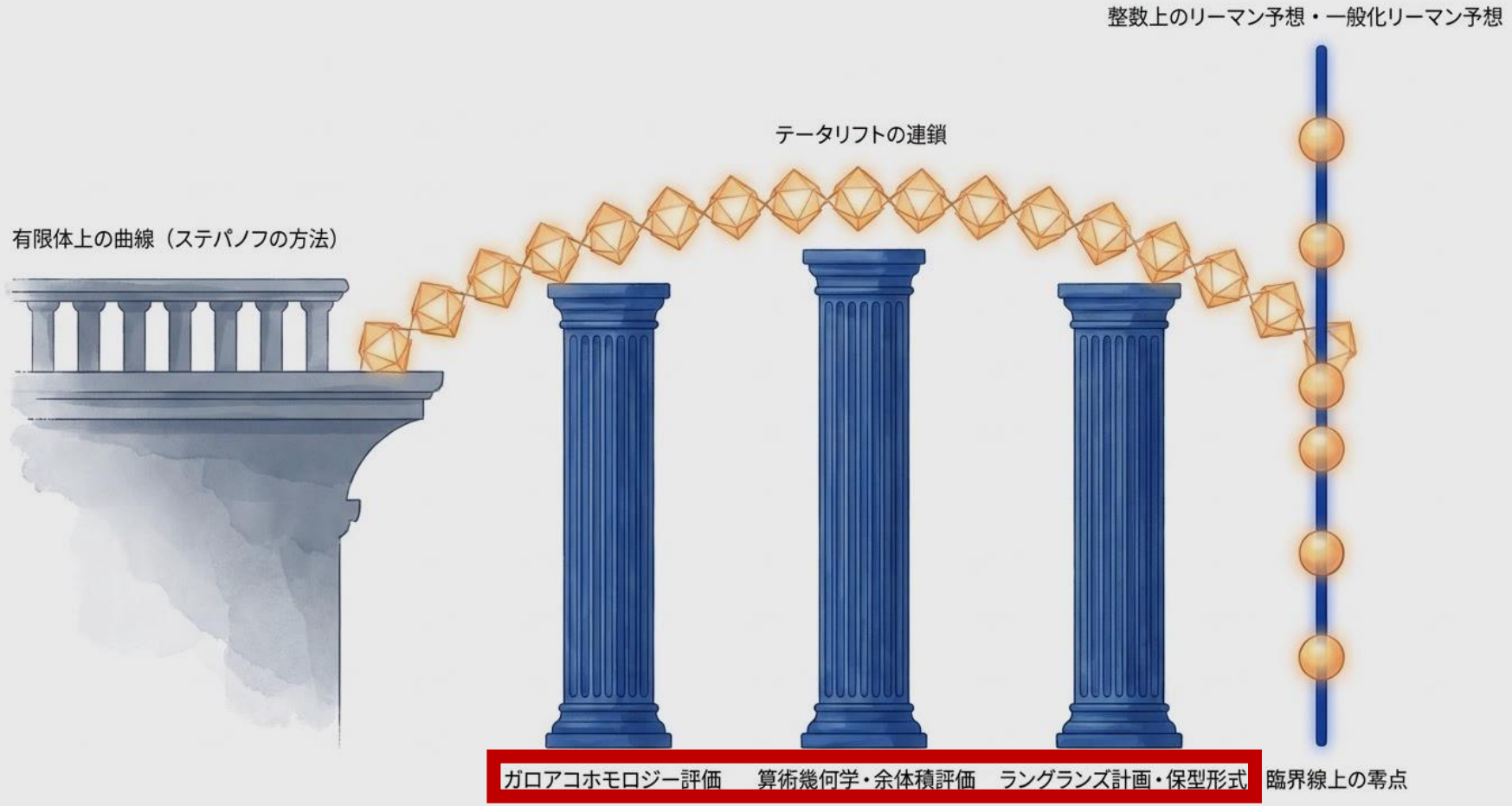
4.1. AIによる証明の発表

https://alpo.ge/remark.pdf

1. 10/6/26: Stepanov determinant.
2. 10/9/26: $D^p \equiv 0$ on a CM curve for p inert in K, D the invariant derivation, and $\frac{D^a \cdot \theta(0)}{\Omega^a}$ is divisible by $p^{\frac{a}{p}+\frac{a}{p^3}+\cdots-O(\log a)}$.
3. 10/19/26+: $qN = M^k + R$, using $x_1 \cdot x_2 + \cdots + x_{k-1} \cdot x_k$, wanting "automorphy" of N since μ is automorphic from θ on sixfold cover of GL_5 as a period integral of thetas, quadric has natural interpretation on corresponding CM e.g. $\mathbb{C}/\mathbb{Z}[\omega]$ as Weil[5], put Poincaré bundle on the edges to get θs.
4. 10/6/26+: $W(\mathbb{1}_S) \geq 0$ via a determinant, interpret as Stepanov with multiplicity one again; bootstrap!!
5. 10/20/26: definitively switch to Λ aka $\sum_{n \leq X} \Lambda(n) \cdot \left(\frac{X}{n} - 1\right)_+ - X \log X + (1+\gamma) \cdot X$; Guinand-Weil had the sign, variance test function trick to make things look trace-formula-like (but how can I pigeonhole / Turán over n? X? *it*?), Mehta-like integral over twists or at infinity…
6. 10/8/26: $W\left(\mathbb{1}_{(0,1]} + (\sim X^\eta) \cdot \mathbb{1}_{(0,1/X]}\right) \geq 0$ gives $> 1 - \eta$.
7. 10/14/26: Determinants for $W(\cdot)$'s containing the desired periods, indeed GGP periods, with values $0, 1$ meaning interlacing weights, or up to m non-interlacing ones.
8. 11/15/26: Iterated theta lifts $U(X_0) \to U(X_1) \to \cdots \to U(X_m)$ between totally definite unitary groups, $\pi \mapsto \pi \boxplus \mu_j[t]$, wins multiplicity m. Time to take m like $\sqrt{X}$…
9. 11/15/26: Norms of the lifts and level and cancellation of order-m terms with proven divisibility via Chowla-Selberg, Weyl, and Siegel mass.
10. 11/15/26: Sufficient lower bound on divisibility of the m-fold iterated lift.
11. 10/6/26: Iwasawa tower via analogy to pigeonhole on $\mathbb{F}_{q^n}/\mathbb{F}_q$.
12. 11/15/26: Seesaw: the period of the iterated lift is a Bessel period independent of the Hecke characters, Rallis.
13. 10/6/26: Bost slope inequality.
14. 11/15/26: precise computation of the "cost" of each lift, showing that one would stop at 2/3 a priori, attempt to get a main term and transfer constant to a function field or kill via twisting, need for "division".
15. 11/15/26: Glue together an integral structure across Hecke characters for a "gcd" i.e. extra averaging.
16. 10/14/26: Relative trace formula, seen in a different half-plane argument via sixfold cover of GL_5 automorphy of μ and reducing via Cauchy-Schwartz to a bound on the norm of a suitably projected Poincaré series, approximate orthogonality of the columns of the integral structure.
17. 11/15/26: for the classes in $H^1\left(\mathfrak{o}_E\left[\frac{1}{\ell}\right], \mathbb{Q}_\ell/\mathbb{Z}_\ell(-e)\right)$ that we couldn't kill by twisting, fight for a significant weakening of Vandiver.[6]
18. 11/15/26: computation of covolumes, theta series' index, congruences between lifts and forms.
19. 10/19/26: precise choice of the Iwasawa tower, specifically using Behrend!![7]
20. 11/16/26: GRH.

2026年10月6日から11月16日までの,

41日間に及ぶ20段階のタイムラインが掲載されています.



数論学者のChris Birkbeck氏らによる解析では，

この3つの柱で証明が構成されているそうです．

https://www.quantamagazine.org/updates/transformation/

As Filippo A. E. Nuccio, a number theorist at the Jean Monnet University in France wrote in an online chat, "WOW, this is gorgeous: it basically contains all number theory produced in the last 50 years, in all branches of the discipline." Alpöge thinks this won't long be the case, writing in his announcement: "An astounding amount of mathematics is present in the argument, far more than I had imagined would be necessary as a student. My intuition insists it will be massively simplified, likely immediately."

数論学者のFilippo Nuccio氏は「過去50年間に全分野で構築された数論のすべてが凝縮されている」と評し，…

https://terrytao.wordpress.com/2026/11/20/unforced-euler-singularity-unforced-navier-stokes-singularity-and-the-generalized-riemann-hypothesis/

Levent Alpöge, using an internal AI model, has generated an (enormous) Lean-only proof of the Generalized Riemann Hypothesis. This Lean Zulip thread is probably the best place to follow the efforts to verify the proof and extract the strategy of proof (which, from very initial analysis, appears to use the full power of modern developments on the Langlands program and arithmetic geometry). (UPDATE: the moderators of the Lean thread are now focusing the discussion on the Lean-related aspects of the proof only.) I imagine the digestion process will take some time, though in this case at least we have a human author to communicate with to assist with this task.

Terence Tao氏も，「ラングランズ計画と算術幾何学の現代的発展の全力を投入しているように見える」と分析しています．

https://alpo.ge/remark.pdf

[4]The parts in which my vague intuition worked out due to Claude's technical mastery are of course less familiar to me today, and probably I'll have to edit some of these descriptions on reflection. The parts in which Claude is the expert and not me I am sort of paraphrasing a "slop" summary, which might make zero sense, and I apologize, though the Lean should suffice to clarify everything. I'm just too inexpert in the relevant stuff at the moment, I hope the reader sees the breadth of this argument!

Alpöge氏は，覚書内のClaudeによる要約には，
不正確な記述などが混在している可能性が高いと断っており，

https://alpo.ge/remark.pdf

[4]The parts in which my vague intuition worked out due to Claude's technical mastery are of course less familiar to me today, and probably I'll have to edit some of these descriptions on reflection. The parts in which Claude is the expert and not me I am sort of paraphrasing a "slop" summary, which might make zero sense, and I apologize, though the Lean should suffice to clarify everything. I'm just too inexpert in the relevant stuff at the moment, I hope the reader sees the breadth of this argument!

最終的な根拠は，Leanのコードにあることを述べています．

4.2. Leanによる検証

この発表直後,

世界中のLean専門家と計算数論学者が独立検証を始めました.

https://leanprover-community.github.io/blog/posts/riemann-hypothesis/

Lean community blog

Main site　Archive　Tags　About　RSS feed

Lean verification of the Riemann Hypothesis

Lean and Mathlib communities — 2026-11-21 13:55 — Source

Lean verification of the Riemann Hypothesis

2026年11月21日，LeanとMathlibのコミュニティーは，
形式証明の正しさを認めたと発表し，

https://leanprover-community.github.io/blog/posts/riemann-hypothesis/

Lean community blog

Main site　Archive　Tags　About　RSS feed

Lean verification of the Riemann Hypothesis

Lean and Mathlib communities — 2026-11-21 13:55 — Source

Lean verification of the Riemann Hypothesis

今回の証明が正しいものであることが，ほぼ確実となりました．

Leanの公理系とZFCの範囲での証明可能性

グロタンディーク宇宙を含むため、ZFCの範囲内で証明できるか確認すべきという意見がある

公理系の包含関係



確認を求める意見の背景

Leanで形式証明が成立

ただし、グロタンディーク宇宙を含む公理系

↓ 依存関係の精査

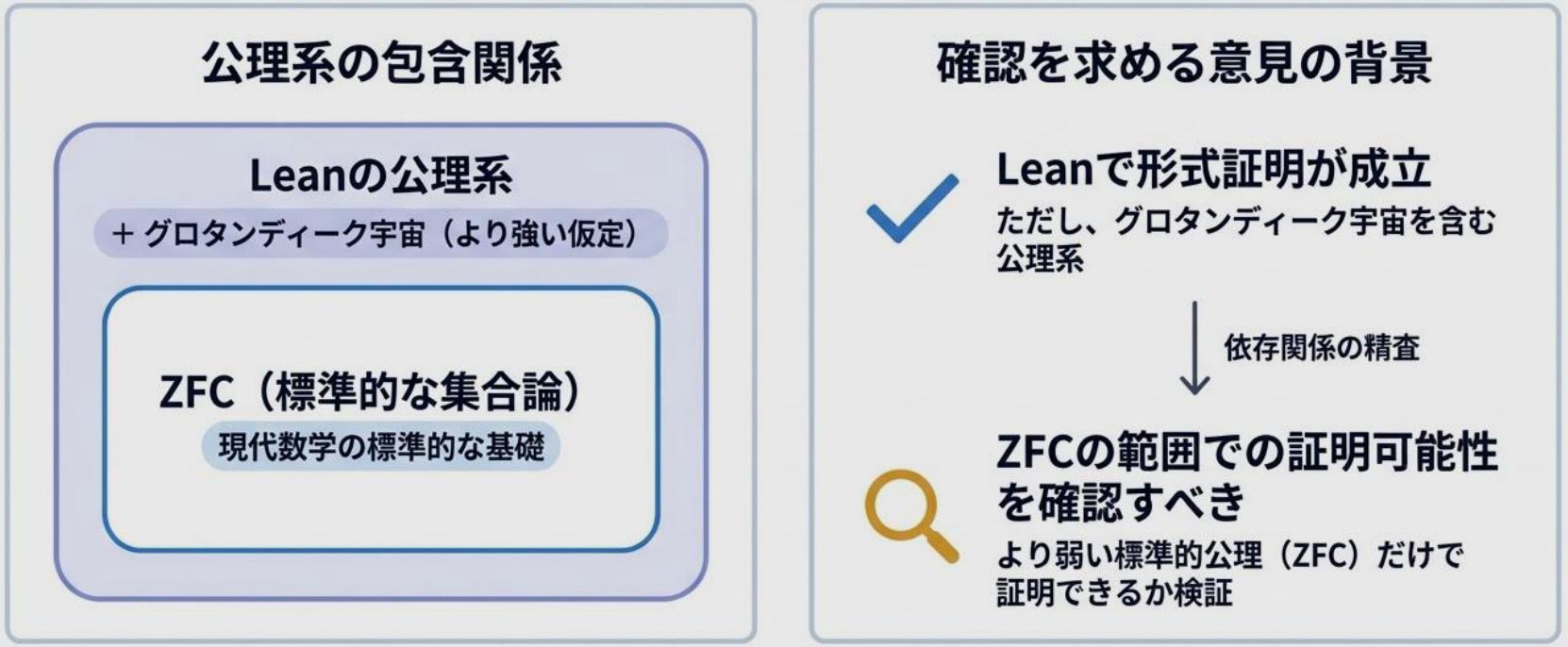
ZFCの範囲での証明可能性を確認すべき

より弱い標準的公理（ZFC）だけで証明できるか検証

Leanの公理系はグロタンディーク宇宙を含むため，

Leanの公理系とZFCの範囲での証明可能性

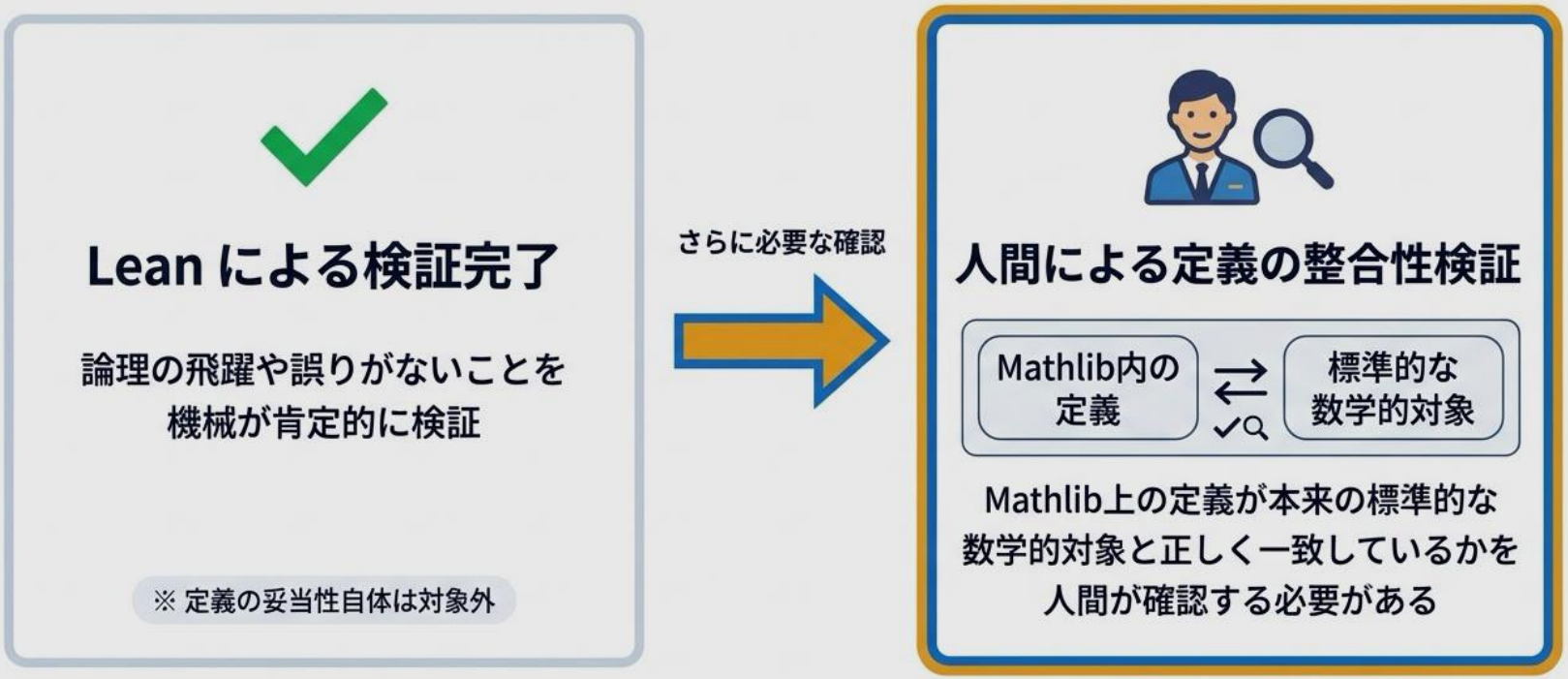
グロタンディーク宇宙を含むため、ZFCの範囲内で証明できるか確認すべきという意見がある



ZFCの範囲での証明可能性を確認すべきであるという意見もあります.



また，Leanの検証が肯定的に終了したとしても，



Mathlib内の定義が，標準的な数学的対象と
きちんと整合しているかどうかを，人間が検証する必要があります．

https://www.quantamagazine.org/updates/transformation/

Meanwhile, the AI-generated proof has generated criticism within the mathematical community. As Maksym Radziwill, also of NYU, put it in an email, proof by Lean code short-circuits understanding by focusing on manipulating symbols: "If the symbols are right and follow the rules, then the symbols are a valid proof." But that's not really the goal, he said. Alpoge's four-page writeup contains "nonsensical statements," he said, which do not fill mathematicians with confidence. "The object of mathematics as the rest of science is really the question 'why?' and this doesn't answer it at all."

また，Maksym Radziwiłł氏が指摘するように，

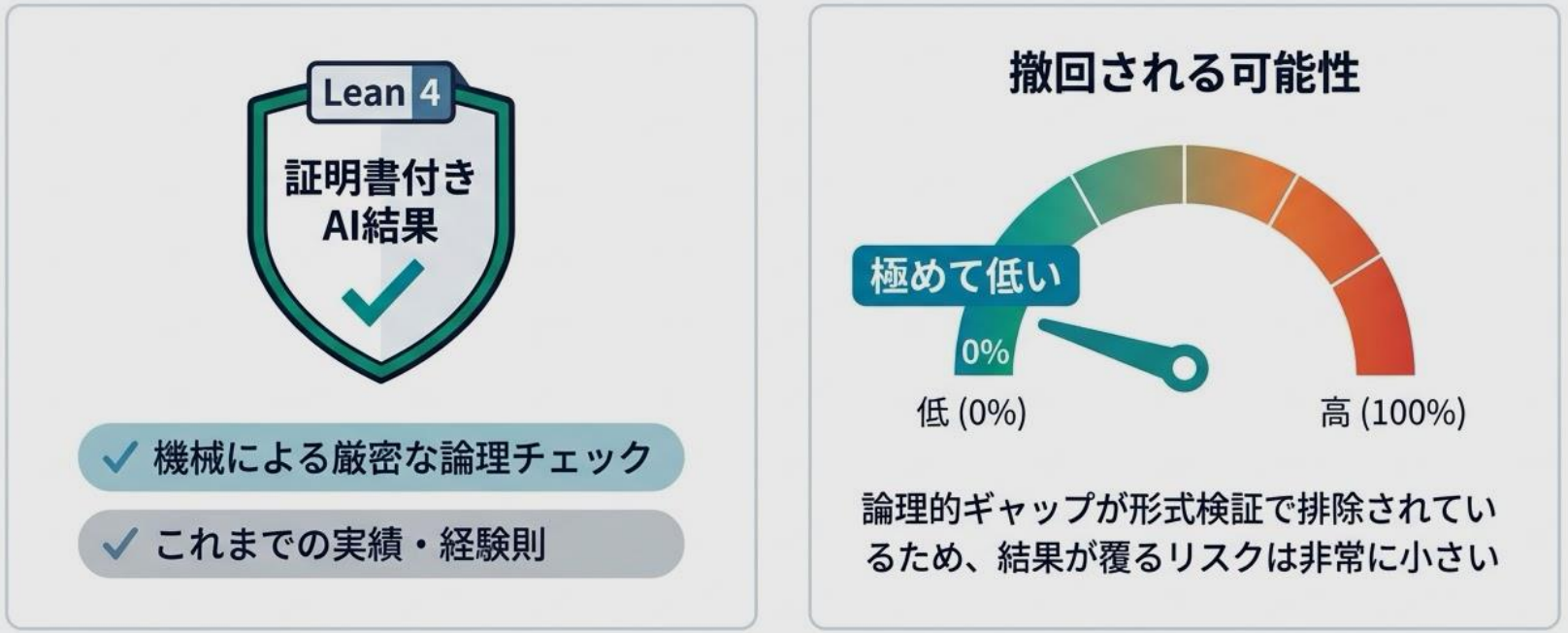
https://www.quantamagazine.org/updates/transformation/

Meanwhile, the AI-generated proof has generated criticism within the mathematical community. As Maksym Radziwill, also of NYU, put it in an email, proof by Lean code short-circuits understanding by focusing on manipulating symbols: "If the symbols are right and follow the rules, then the symbols are a valid proof." But that's not really the goal, he said. Alpoge's four-page writeup contains "nonsensical statements," he said, which do not fill mathematicians with confidence. "The object of mathematics as the rest of science is really the question 'why?' and this doesn't answer it at all."

Leanコードのみの提示は,
「なぜ成り立つのか」という核心に答えていないという懸念もあります.

Lean証明書付きAI結果の撤回可能性

これまでの経験から、後から撤回される可能性は極めて低い



これまでの経験から,

Lean証明書付きのAI結果が撤回される可能性は極めて低いため,

Lean証明書付きAI結果の撤回可能性

これまでの経験から、後から撤回される可能性は極めて低い



- ✓ 機械による厳密な論理チェック
- ✓ これまでの実績・経験則



論理的ギャップが形式検証で排除されているため、結果が覆るリスクは非常に小さい

リーマン予想は,

本当に解決した可能性が高いと言わざるを得ないと思います.

4.3. 人間による証明の発表

これを受け，アメリカ数学会会長のRavi Vakil氏は，
自身のブログで「緊急発表」を行いました．

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

The Music of the Primes

Alessandro Maria Masullo

それは，Alessandro Maria Masullo氏による，
940ページにわたるGRHの証明です．

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

I am at the American Mathematical Society Executive Committee and Board of Trustees meeting now, and about to chair an hours-long meeting, but this is urgent, so I will try to get this out quickly. Alessandro Maria Masullo has a proposed proof of GRH, and Brian Conrad has been looking closely at it for months and gave extensive feedback which is being incorporated, and it is so far looking good to him. It is all human, with no AI. The hope was to have Brian work with Alessandro for a year to polish the writing and then announce it after running it by enough people. Now it seems best to put out the current draft. I hope people quickly check it, formalize, fill any small gaps if they occur. I really hope it works. I have great faith in Brian's judgement, and Brian has put a lot of thought into checking what Alessandro has done. There is a long story to tell, but right now I want to get the file out. Here it is.

「これは完全に人間によるもので，AIは一切使われていない」
と強調されており，

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

I am at the American Mathematical Society Executive Committee and Board of Trustees meeting now, and about to chair an hours-long meeting, but this is urgent, so I will try to get this out quickly. Alessandro Maria Masullo has a proposed proof of GRH, and Brian Conrad has been looking closely at it for months and gave extensive feedback which is being incorporated, and it is so far looking good to him. It is all human, with no AI. The hope was to have Brian work with Alessandro for a year to polish the writing and then announce it after running it by enough people. Now it seems best to put out the current draft. I hope people quickly check it, formalize, fill any small gaps if they occur. I really hope it works. I have great faith in Brian's judgement, and Brian has put a lot of thought into checking what Alessandro has done. There is a long story to tell, but right now I want to get the file out. Here it is.

12年間にわたってこの問題に取り組んできたMasullo氏の成果が，
思わぬ形で公表されたことになります．

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

I am at the American Mathematical Society Executive Committee and Board of Trustees meeting now, and about to chair an hours-long meeting, but this is urgent, so I will try to get this out quickly. Alessandro Maria Masullo has a proposed proof of GRH, and Brian Conrad has been looking closely at it for months and gave extensive feedback which is being incorporated, and it is so far looking good to him. It is all human, with no AI. The hope was to have Brian work with Alessandro for a year to polish the writing and then announce it after running it by enough people. Now it seems best to put out the current draft. I hope people quickly check it, formalize, fill any small gaps if they occur. I really hope it works. I have great faith in Brian's judgement, and Brian has put a lot of thought into checking what Alessandro has done. There is a long story to tell, but right now I want to get the file out. Here it is.

本来であれば，十分な査読的検討を経てから正式発表する予定でしたが，

https://math216.wordpress.com/2026/11/20/hurried-announcement-alessandro-masullo-grh/

I am at the American Mathematical Society Executive Committee and Board of Trustees meeting now, and about to chair an hours-long meeting, but this is urgent, so I will try to get this out quickly. Alessandro Maria Masullo has a proposed proof of GRH, and Brian Conrad has been looking closely at it for months and gave extensive feedback which is being incorporated, and it is so far looking good to him. It is all human, with no AI. The hope was to have Brian work with Alessandro for a year to polish the writing and then announce it after running it by enough people. Now it seems best to put out the current draft. I hope people quickly check it, formalize, fill any small gaps if they occur. I really hope it works. I have great faith in Brian's judgement, and Brian has put a lot of thought into checking what Alessandro has done. There is a long story to tell, but right now I want to get the file out. Here it is.

Alpöge氏の発表を受けて，

未完成状態での証明の公開に踏み切った形になります．

https://math216.wordpress.com/wp-content/uploads/2026/11/the-music-of-the-primes.pdf

If any message at all this work is meant to send to the mathematician who feels discouraged by the pace and tone of the current climate, it is this: we are still here. We are very much alive. We are not going anywhere.

Masullo氏は，AIに落胆する数学者に向けて，

https://math216.wordpress.com/wp-content/uploads/2026/11/the-music-of-the-primes.pdf

If any message at all this work is meant to send to the mathematician who feels discouraged by the pace and tone of the current climate, it is this: we are still here. We are very much alive. We are not going anywhere.

「私たちはまだここにいる．力強く生きている．
どこへも行かない．」という，

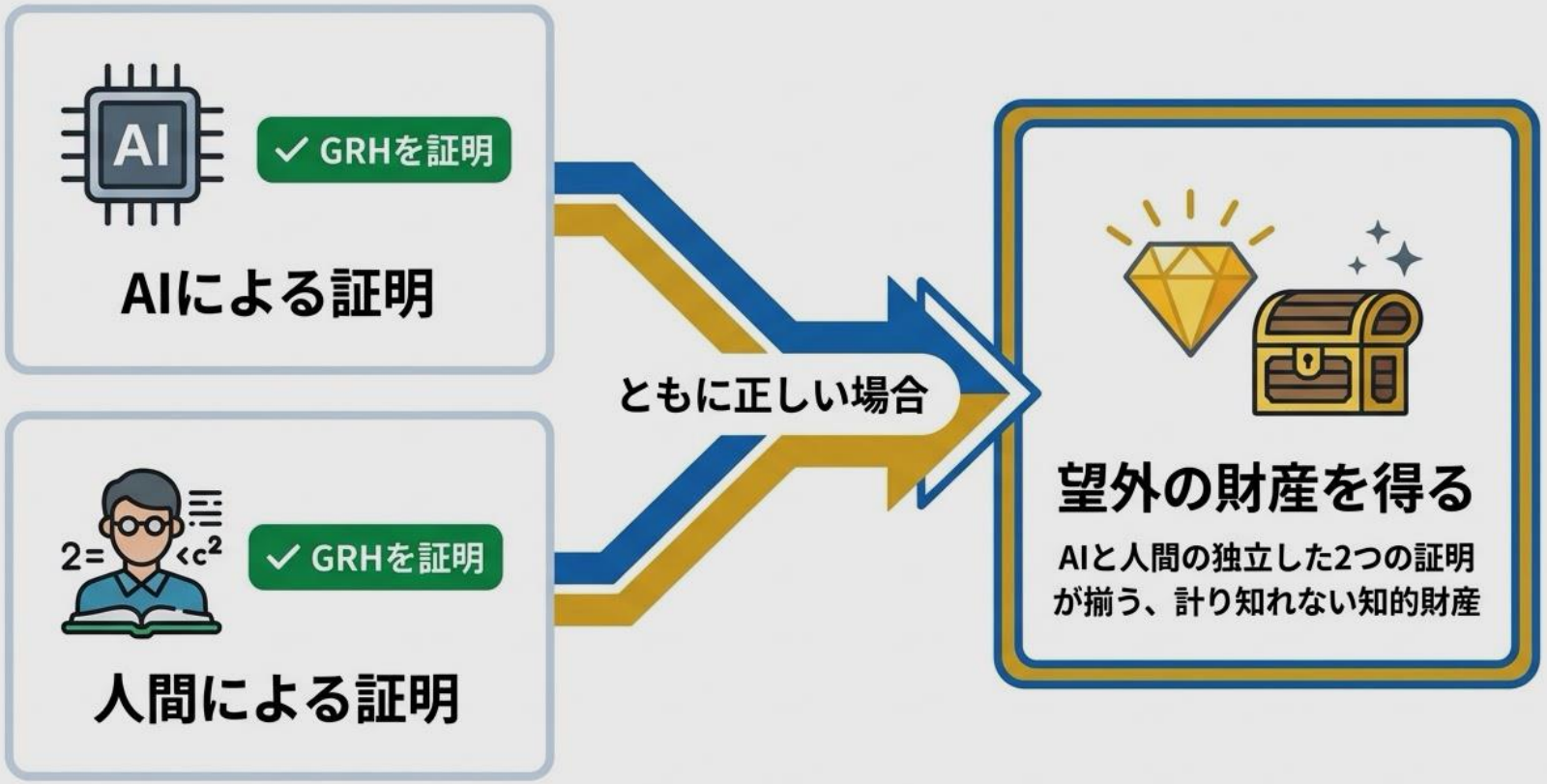
https://math216.wordpress.com/wp-content/uploads/2026/11/the-music-of-the-primes.pdf

If any message at all this work is meant to send to the mathematician who feels discouraged by the pace and tone of the current climate, it is this: we are still here. We are very much alive. We are not going anywhere.

切実な言葉を刻んでいます.



この証明は未完成であることから懐疑的な見方が強く，
これを受け，現在は大幅な改訂作業に入っています．



もし，2つの証明がともにGRHを証明するものだった場合，
我々は望外の財産を得ることになります．



ちなみに，Anthropicは，2026年11月19日に，
ナスダック上場を果たしたばかりであり，



今回の発表のタイミングが，

株価の吊り上げを狙ったものではないかという見方がありますが，

https://alpo.ge/remark.pdf

The precise timing is horrible. If I could have, I'd have finished this all much earlier. Hell, strictly before this age would have sure been nice. This all happened for me late Sunday night, and I messaged Dario, "Hypothetically, if I were to have …", eventually asking about my ability to announce. We went and figured it out and the fact is that there was a constraint to respect, though I did ask about progressively more bizarre ideas. This problem has been *the* sacred object in mathematics for me since my childhood, and I am very touchy about the treatment of great intellectual goals, though seriously imperfect. Our leadership and the few trusted mathematicians I consulted hold extremely similar views on the right things to do in these circumstances (it is occasionally possible for physicists and mathematicians to agree…), and I am clearly unilaterally responsible for feeling I just could not live if I waited even longer. There is an obvious cynical view, to do with the timing, but it is false, and I am pleased that I am in circumstances where it is obviously false.

Alpöge氏は，それを強く否定しています．

ANTHROP\C

今回の証明に関して，Anthropicによる公式の声明は，
現時点では発表されていません．

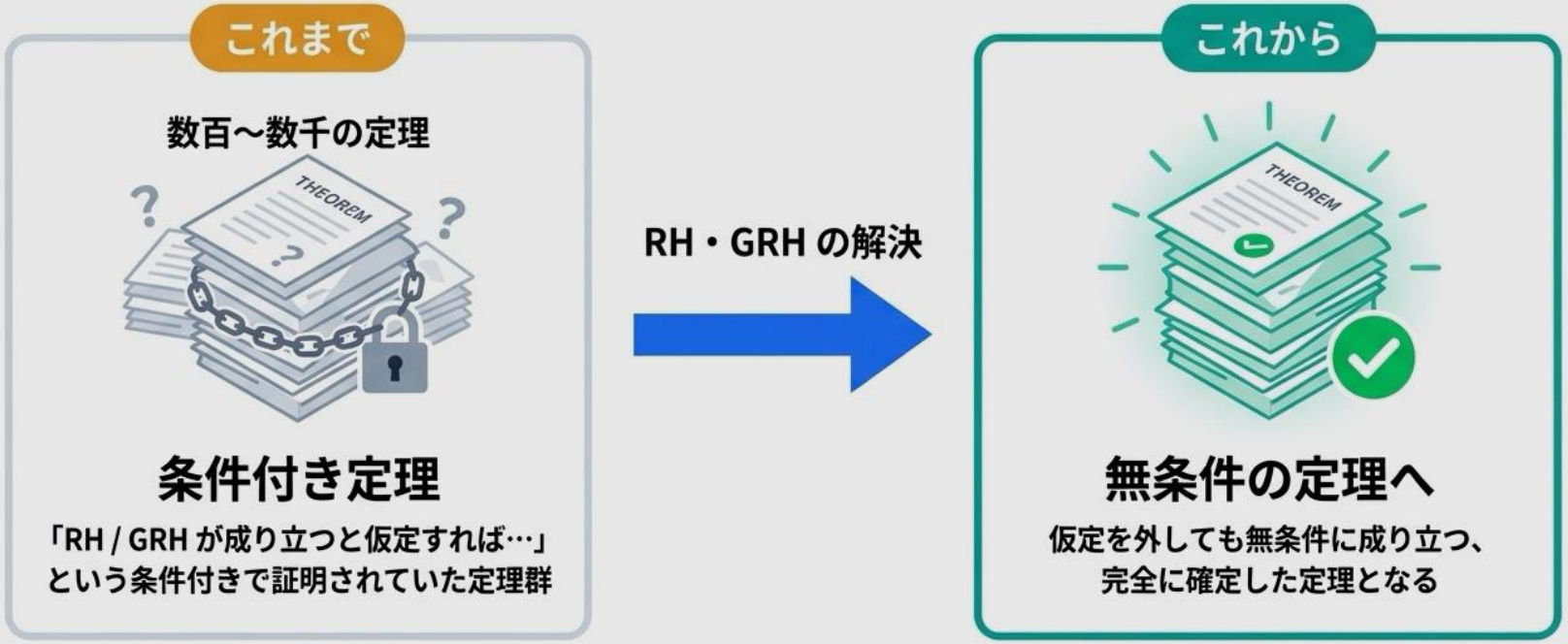
5. 解決による影響

最後に，リーマン予想が解決することによる影響を，簡単に紹介します．

5. 解決による影響

条件付き定理から無条件の定理へ

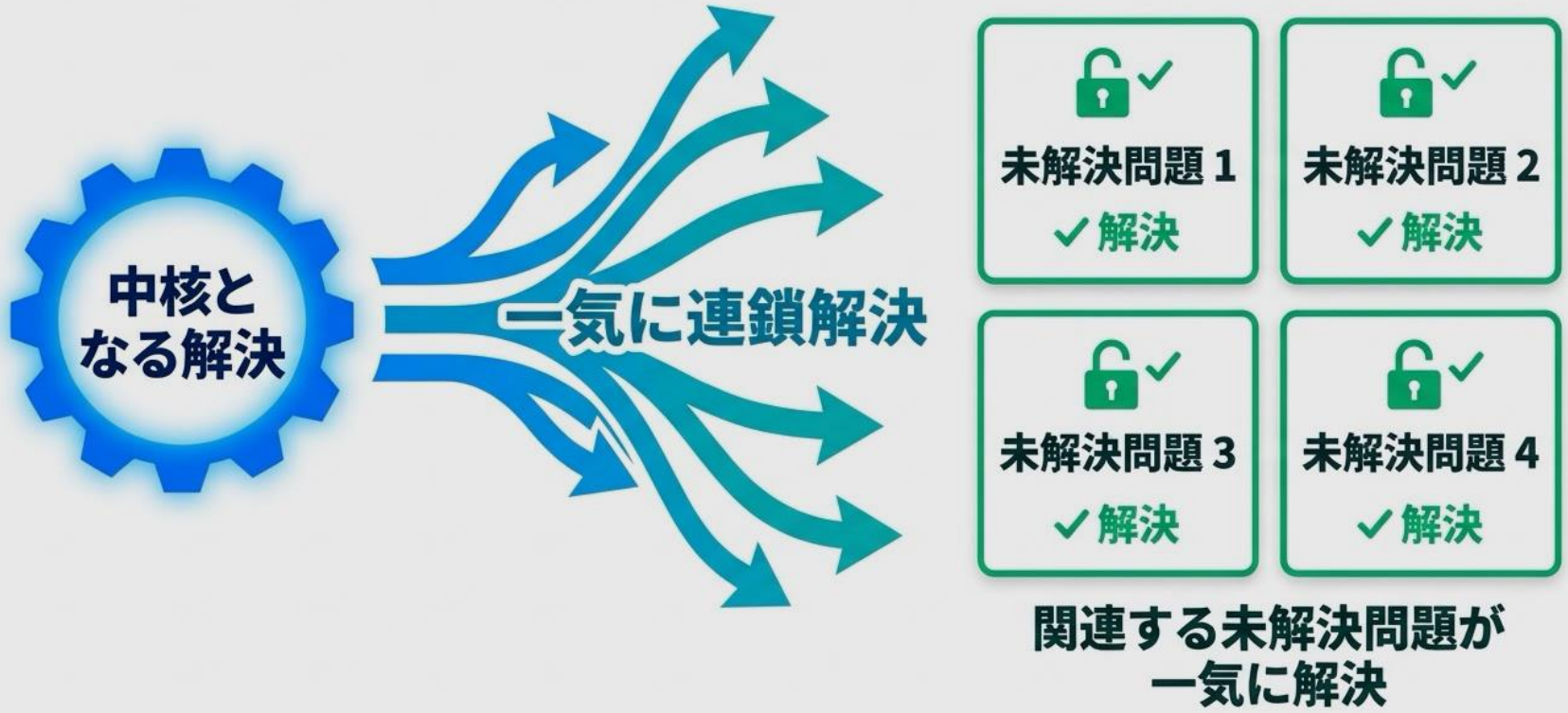
これまで RH・GRH を仮定していた数百〜数千の定理が、無条件に成立する定理となる



まず言えることは，これまでRHやGRHを仮定して証明されていた，

数百〜数千の条件付き定理が無条件の定理となり，

5. 解決による影響



関連する未解決問題が，一気に解決するということです．

5. 解決による影響

1. 素数定理の誤差評価（RH）

$$|\pi(x) - \mathrm{li}(x)| = O(\sqrt{x}\log x)$$

素数計数関数と対数積分の誤差評価が、
無条件の定理として確定する

2. 算術級数の素数定理（GRH）

$$\left|\pi(x;q,a) - \frac{\mathrm{li}(x)}{\phi(q)}\right| = O(\sqrt{x}\log x)$$

等差数列 $q_n + a$ における素数分布の
精密な評価が無条件で成立する

3. アルティンの原始根予想（GRH）

$a \neq -1, m^2 \Rightarrow$ 無限個の素数 p の原始根

GRH を仮定していた未解決の
「アルティン予想」が無条件の定理となる

4. 決定性素数判定の高速化（GRH）

計算量 $O((\log n)^4)$ で素数判定

ミラーの決定性素数判定法の多項式
時間性が無条件で保証される

例えば，これらの問題がすべて解決します．

5. 解決による影響

1. 双子素数予想

p と $p+2$ がともに素数の組は無限か？

零点の実部が 1/2 に確定しても、素数の局所的な間隔の無限性は導かれない

2. ゴールドバッハ予想（偶数）

$$2n = p_1 + p_2 \quad (n \geq 2)$$

すべての 4 以上の偶数を 2 つの素数の和で表せるかは、RH・GRH 下でも未解決

3. クラメール予想（素数間隔）

$$p_{n+1} - p_n = O((\log p_n)^2)$$

RH で示せるのは $O(\sqrt{p_n} \log p_n)$ までであり、対数2乗の精密な評価には届かない

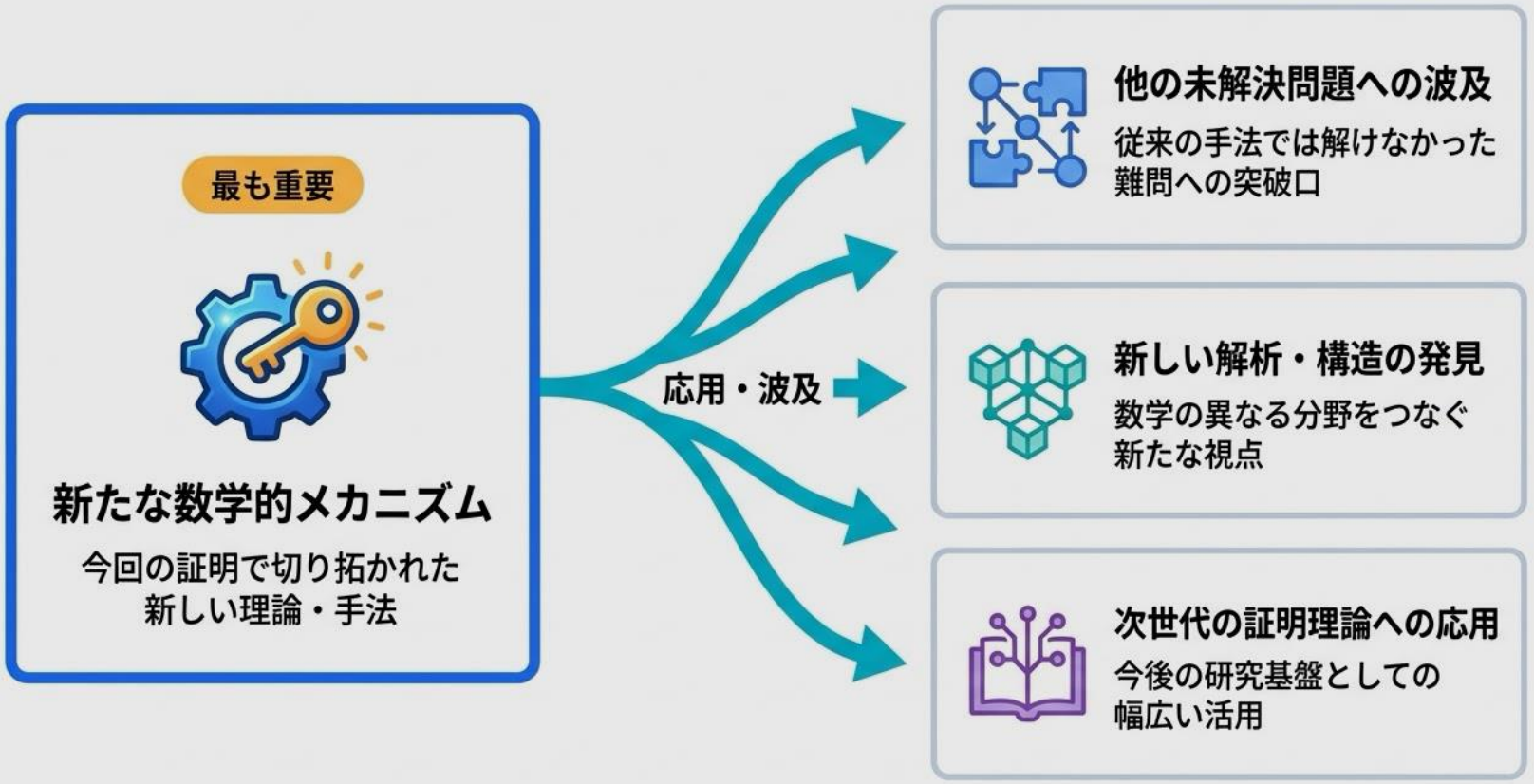
4. P≠NP予想などの他分野の難問

P ≠ NP・ホッジ予想・BSD予想 など

他のミレニアム懸賞問題など、独立した原理を要する問題は直接解決しない

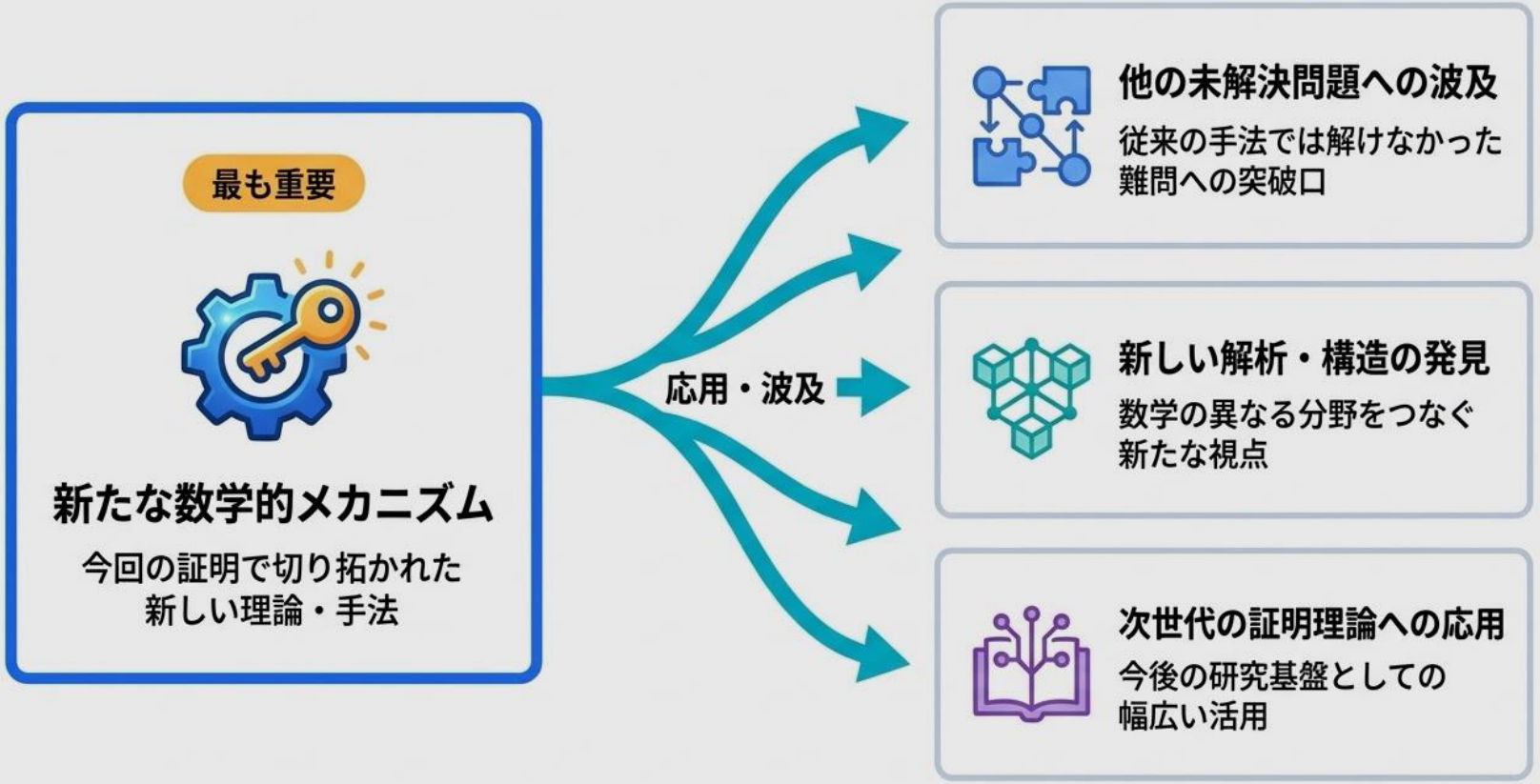
一方で，これらの問題は，依然として未解決のままです．

5. 解決による影響



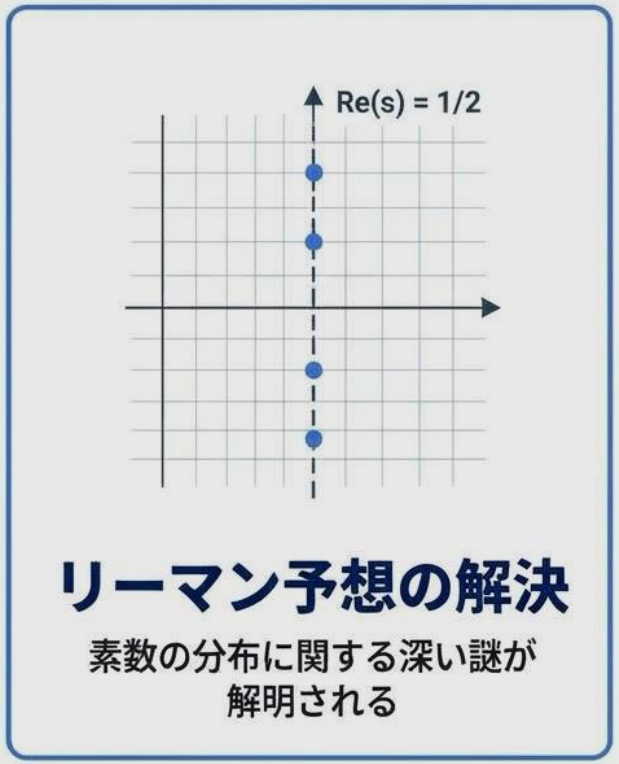
しかし，最も重要なのは，
今回の証明による新たな数学的メカニズムの応用です．

5. 解決による影響



同じような議論を適用することで，他の未解決問題が解決したり，
進展したりする可能性に，数学者は期待しています．

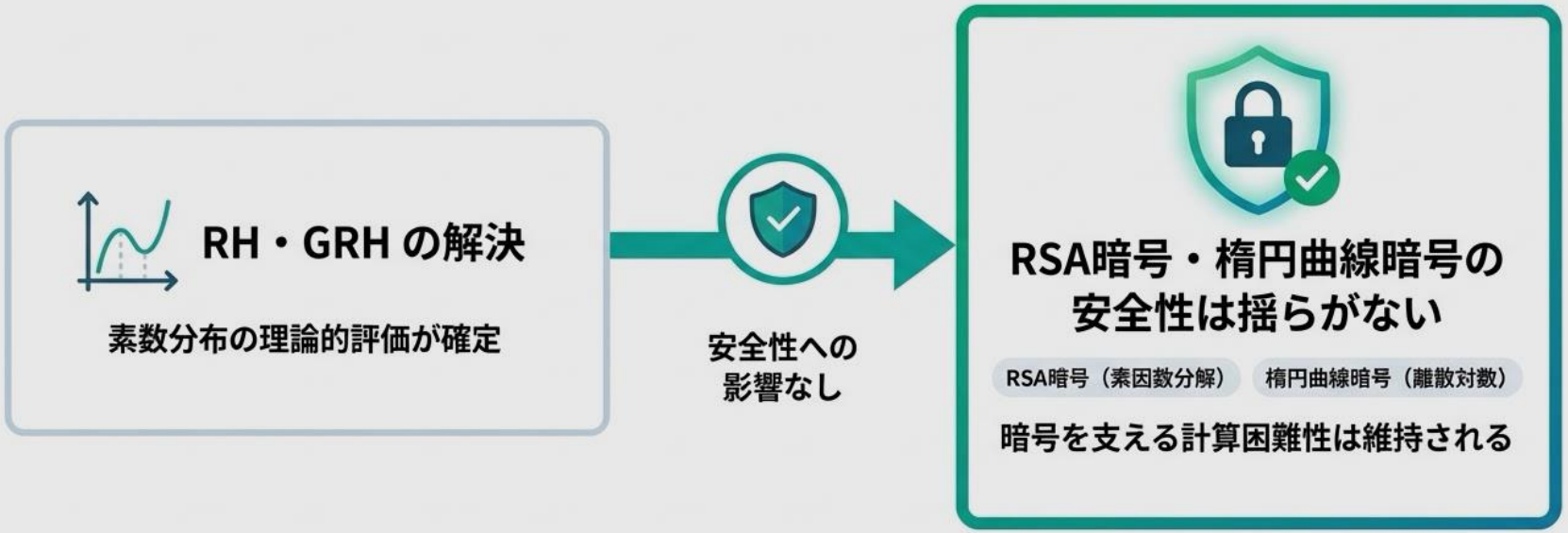
5. 解決による影響



また，リーマン予想の解決によって，

現代社会を支える暗号が簡単に破られる可能性を示唆する人もいますが，

5. 解決による影響



RHやGRHの解決によって，

RSA暗号や楕円曲線暗号などの安全性が揺らぐことはありません．

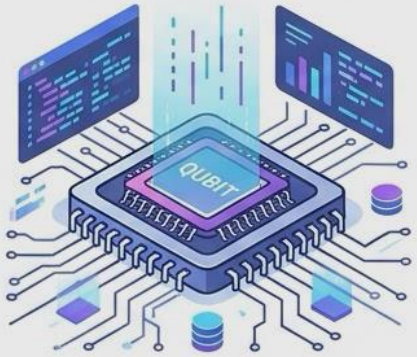
5. 解決による影響



それは，RHやGRHが，

素因数分解の画期的なアルゴリズムを与えるわけではないからです．

5. 解決による影響



大規模な量子コンピュータの実現

量子アルゴリズムによる
超高速計算の実現

脅威となる



現代の暗号技術への脅威

素因数分解や離散対数問題が
高速に解かれ、暗号の安全性が
脅かされる

むしろ，大規模な量子コンピュータの実現に脅威があります．

$P \neq NP$予想

そして，もしもリーマン予想が解決したのであれば，
数学の次なる最大の未解決問題は，$P \neq NP$予想になるでしょう．

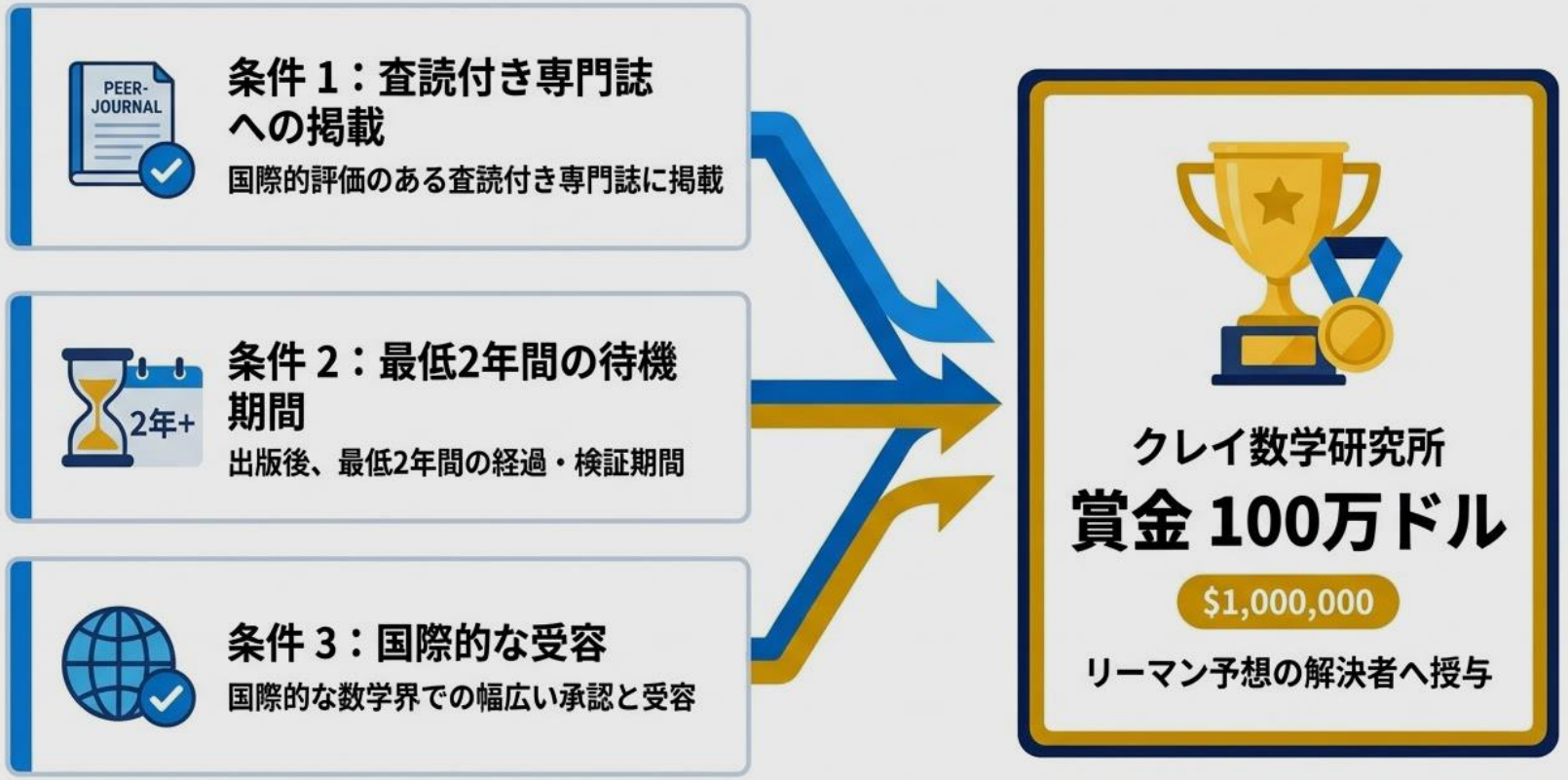
5. 解決による影響

https://www.claymath.org/



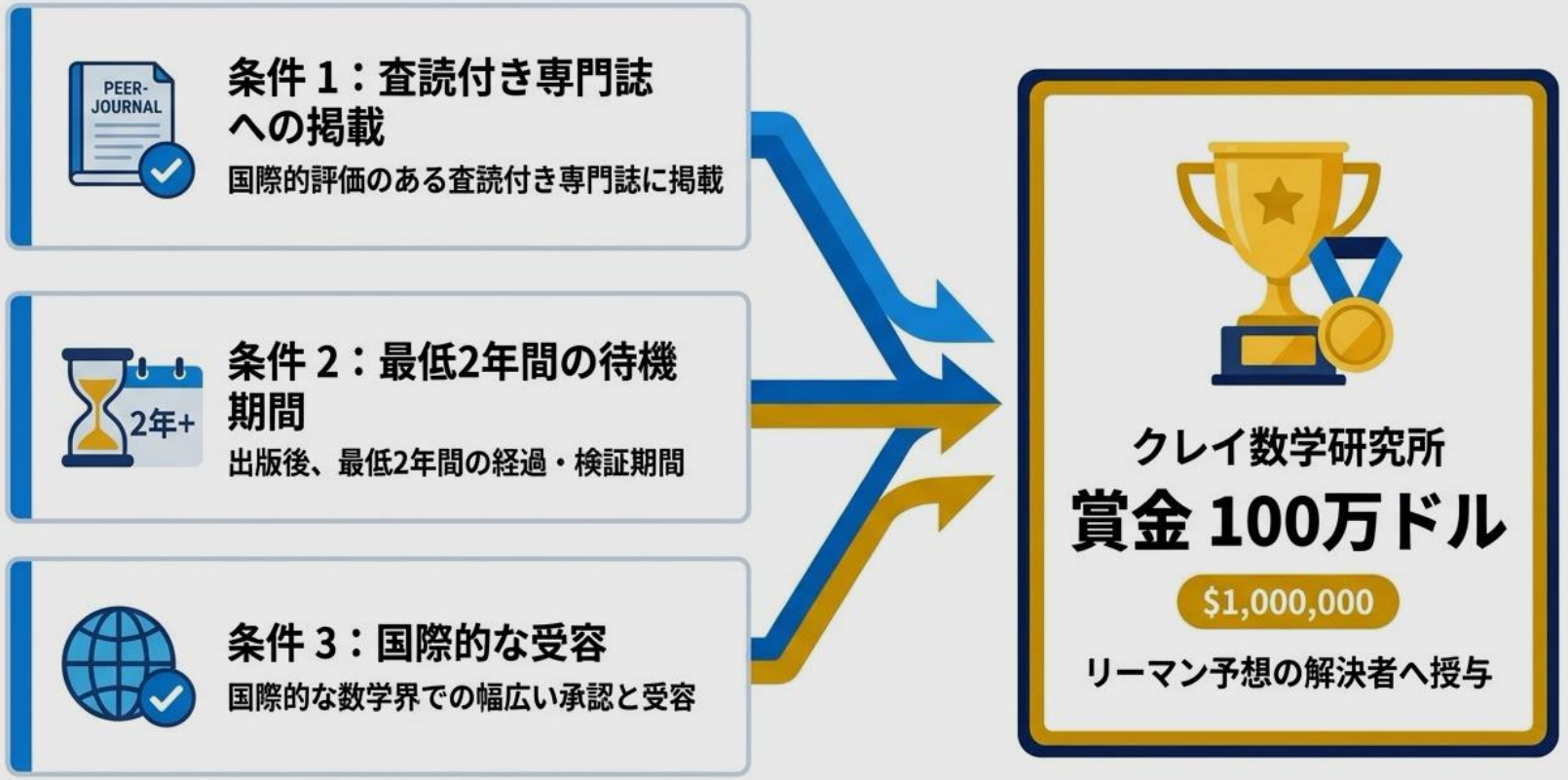
さて，クレイ数学研究所は，リーマン予想の解決者に，
賞金100万ドルを授与することになっています．

5. 解決による影響



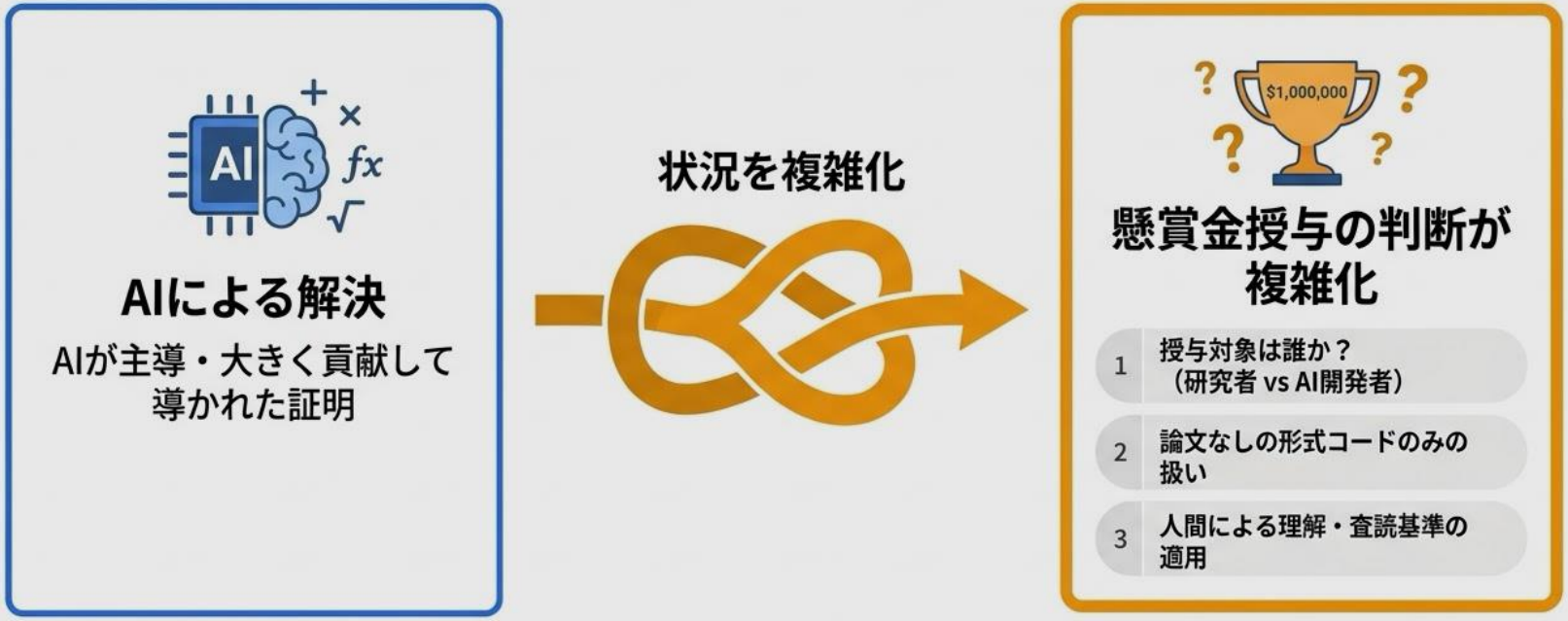
しかしこれには，国際的評価のある査読付き専門誌への掲載，

5. 解決による影響



出版後最低2年間の待機期間と国際的な受容が条件になります.

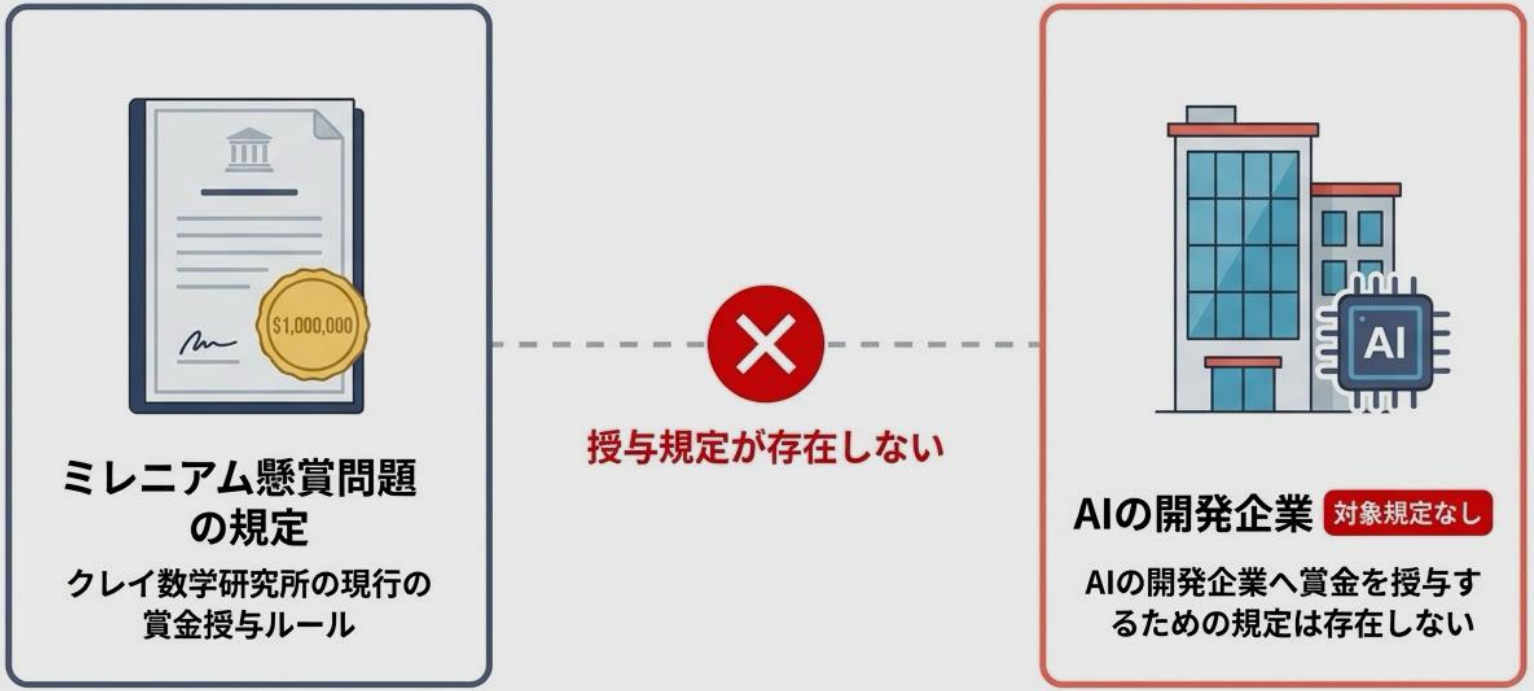
5. 解決による影響



また，ナビエ-ストークス方程式の場合もそうでしたが，

AIによる解決は，状況をより複雑にします．

5. 解決による影響



AIの開発企業への賞金授与規定は存在しないうえ，…

5. 解決による影響



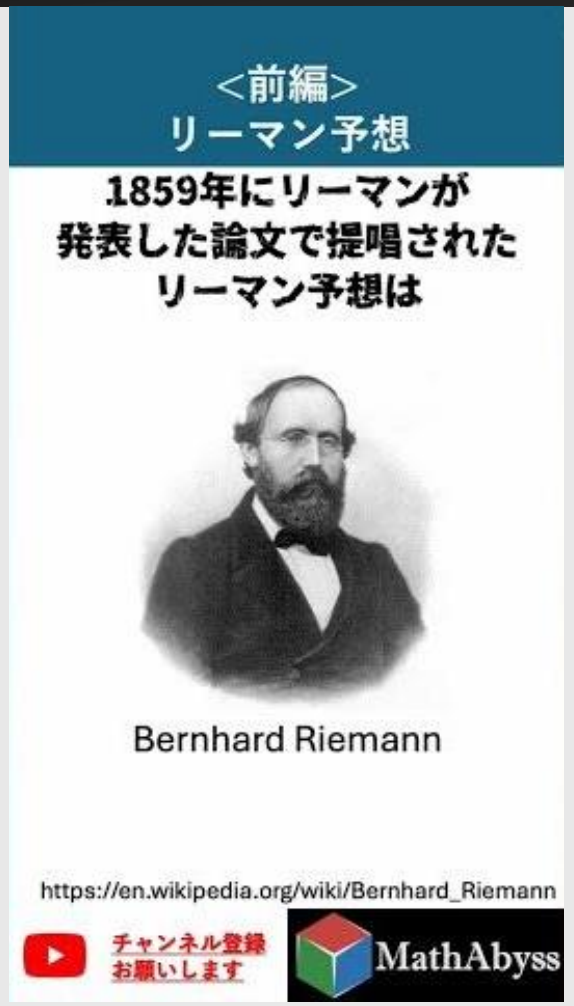
2つの証明がともに正しかった場合，

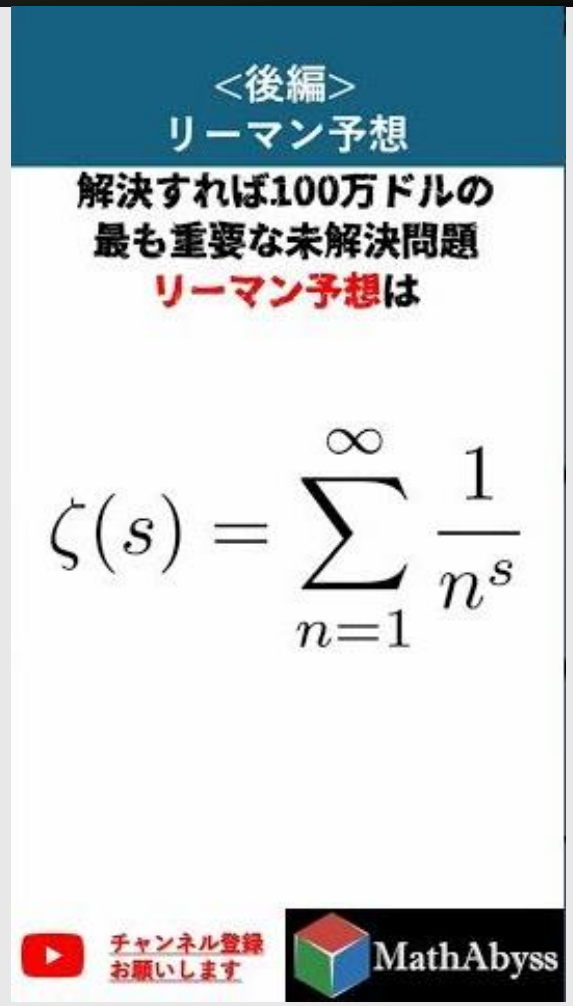
賞金をどのように分配するのかという問題が残ります．

6. おわりに

いかがでしたか?

6. おわりに

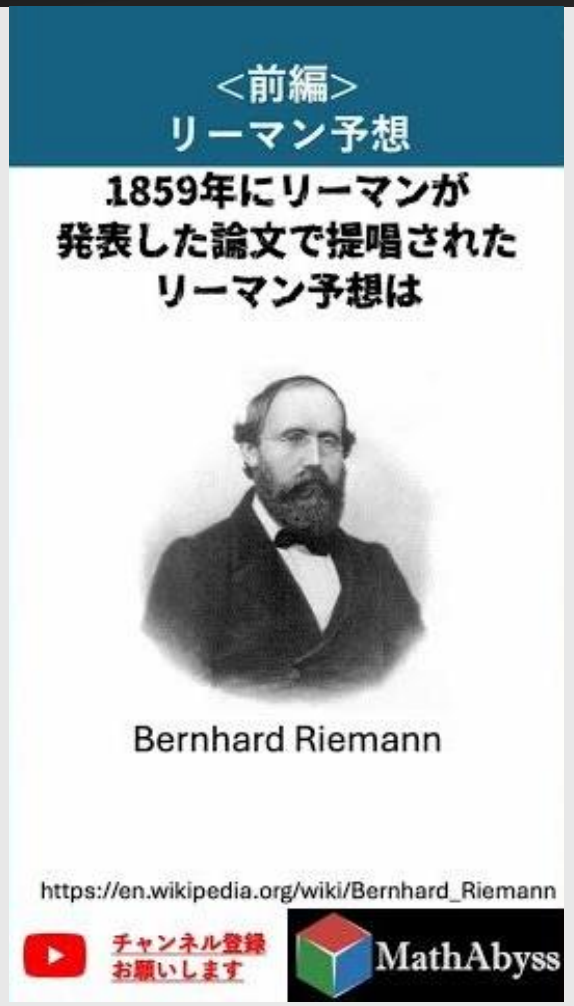


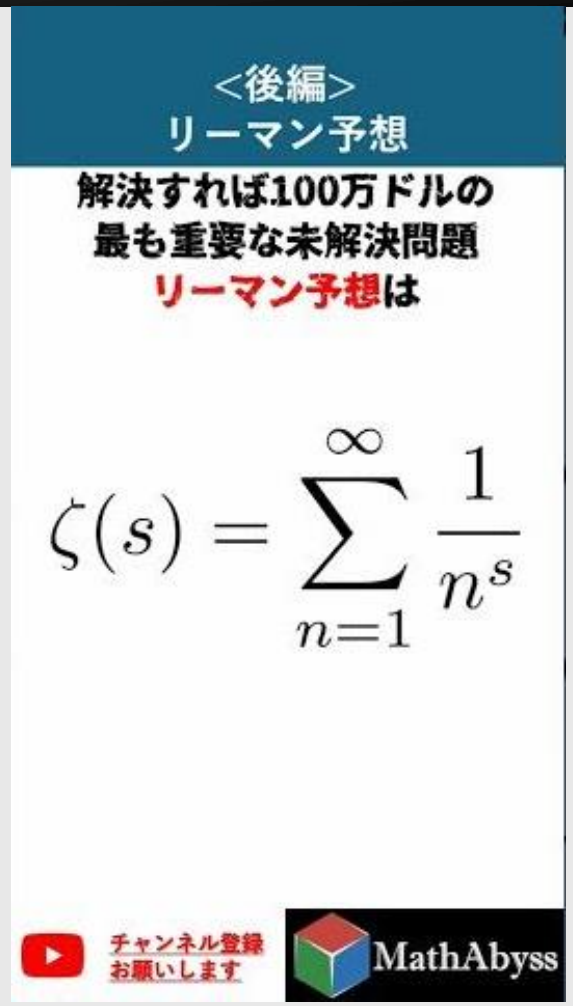


リーマン予想については，

こちらの2本の動画でも，詳しくまとめています．

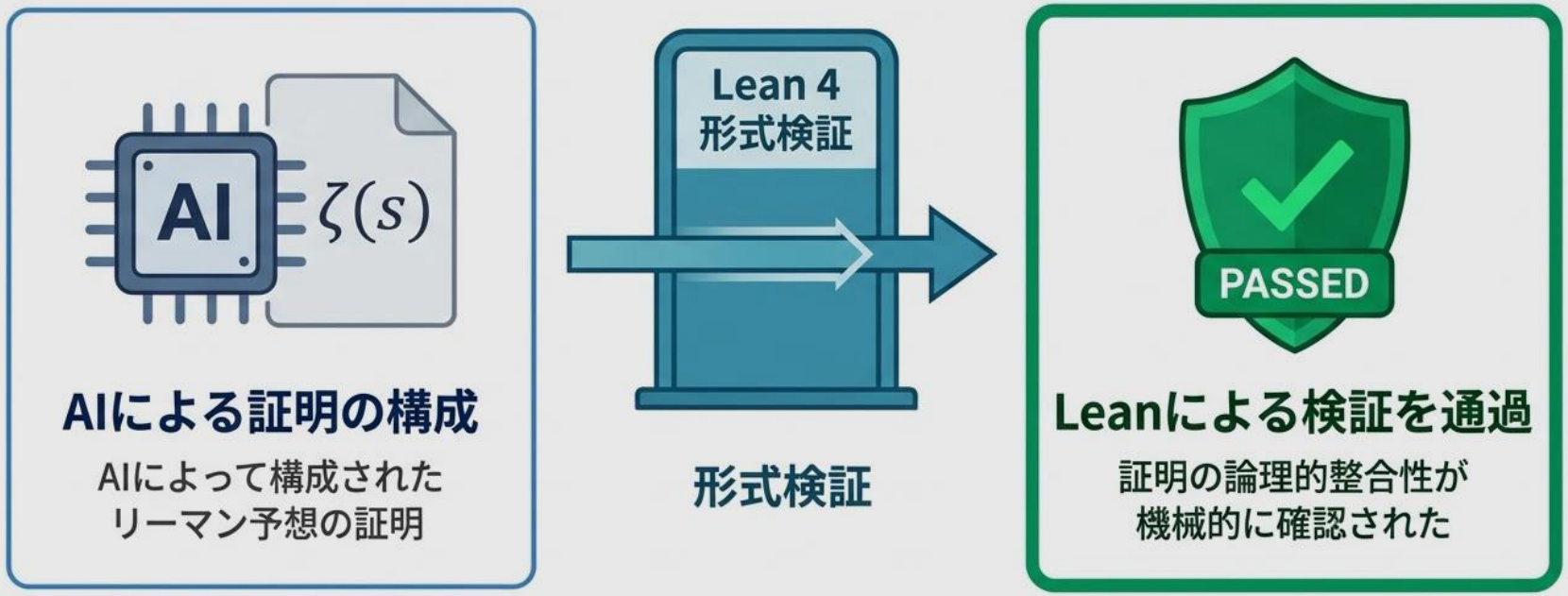
6. おわりに





右上のカードまたは概要欄のリンクから，ご覧いただけます．

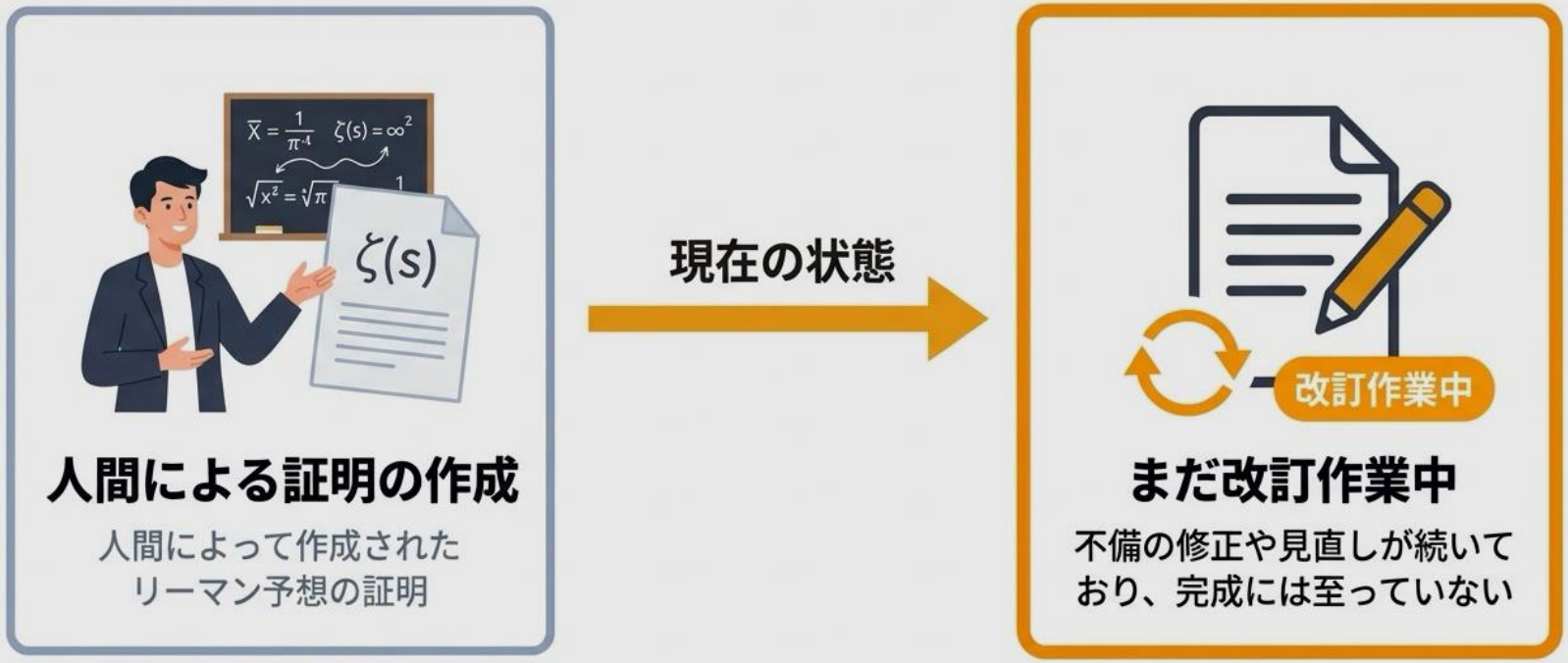
6. おわりに



AIによって構成されたリーマン予想の証明の真偽は，

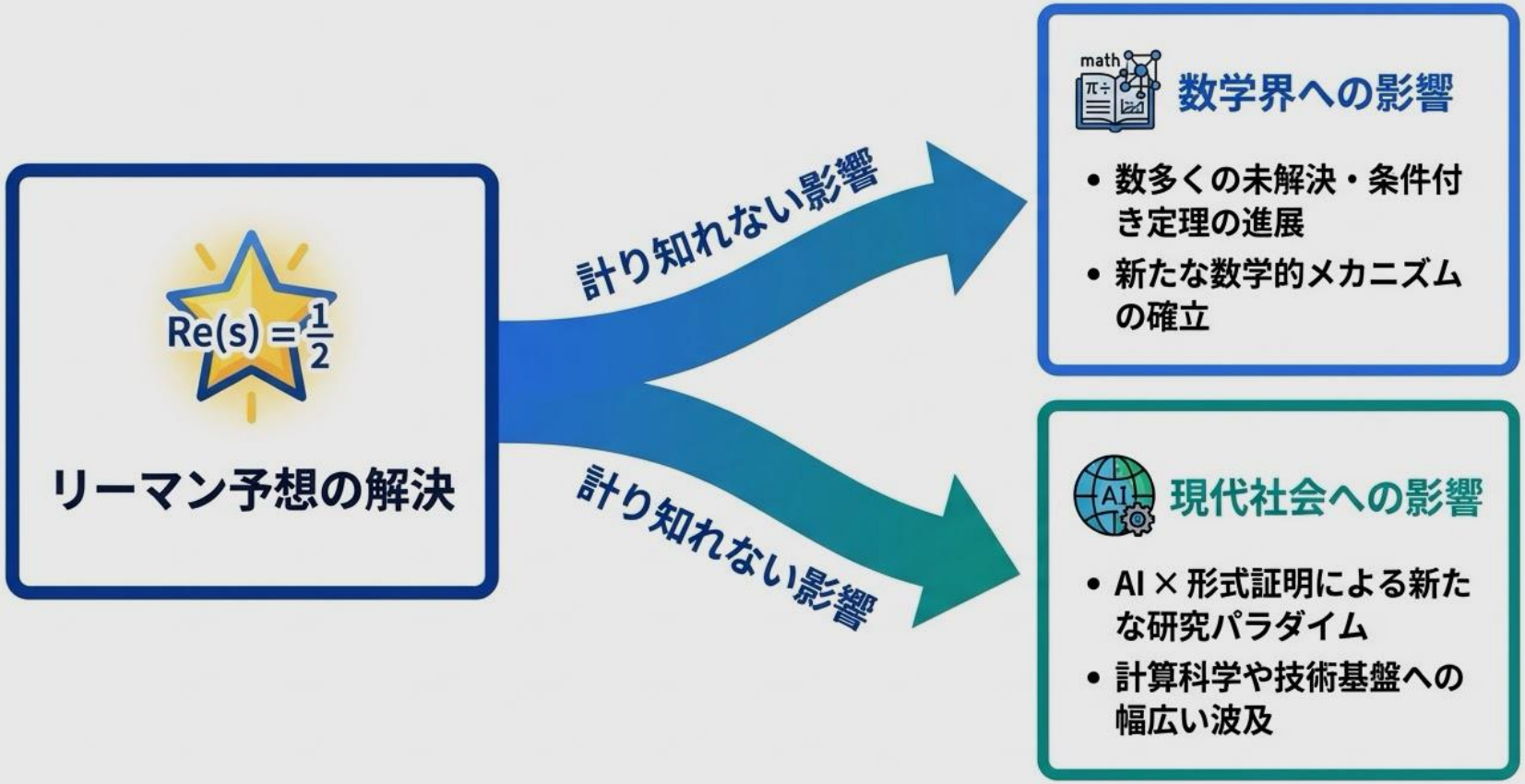
Leanによる検証を通過した一方，

6. おわりに



人間によって作成されたリーマン予想の証明は，まだ改訂作業中ですが，

6. おわりに



今回の一件が，数学界そして現代社会へと与えた影響は，計り知れません．

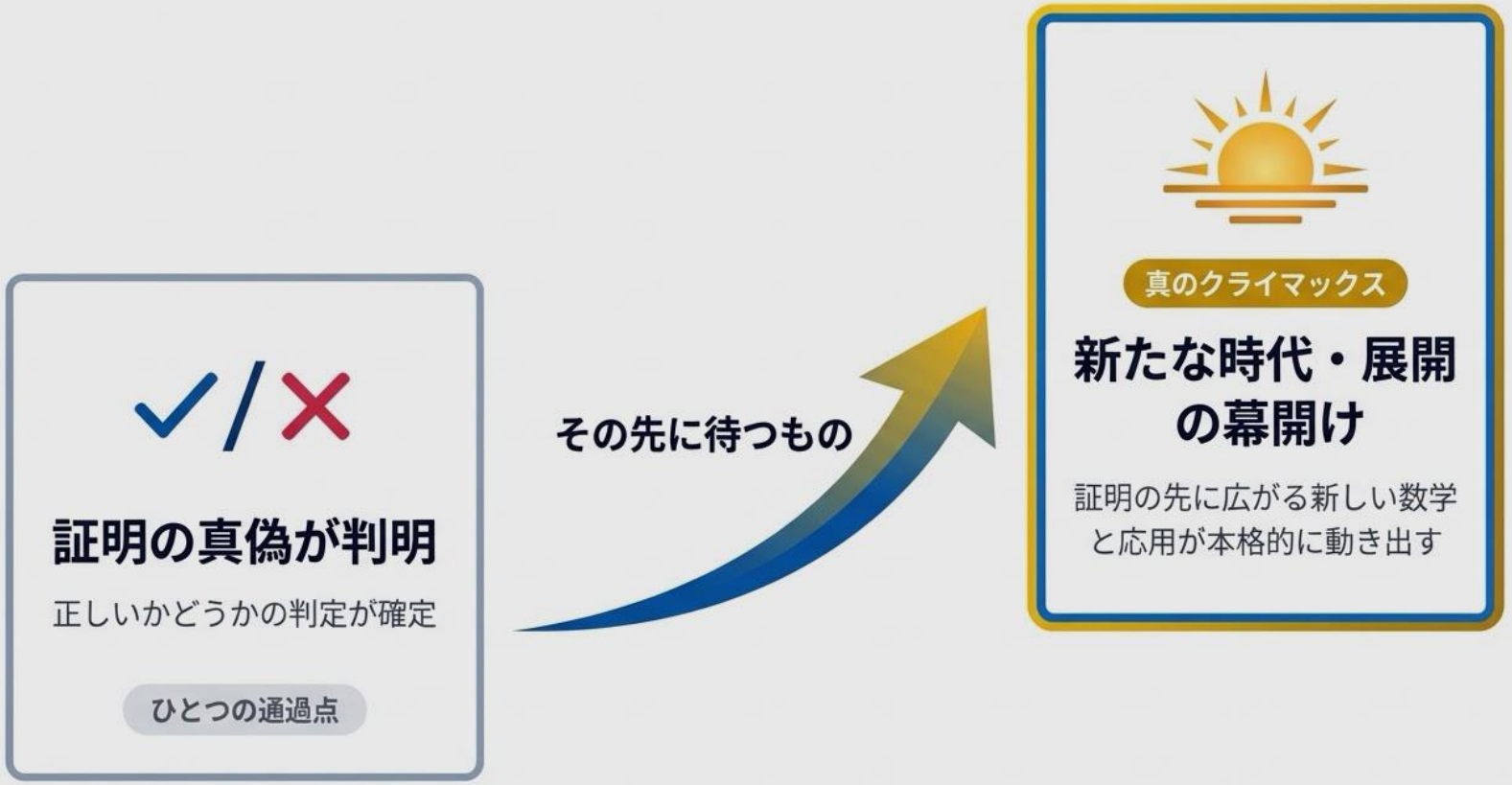
6. おわりに



現在，我々は，

167年来の数学の頂に踏み込む瞬間を目の当たりにしました．

6. おわりに



証明の真偽が判明した先に，真のクライマックスがあります．

6. おわりに



AI時代における，人類の知性の新たな地平を確かめる長い旅が，
火蓋を切って落とされました．

参考文献

1. The Riemann Hypothesis is the classic problem in number theory (remark.pdf) — Levent Alpöge氏本人による4ページの発表覚書、41日間の発見タイムライン、発表タイミングに関する説明
2. Lean verification of the Riemann Hypothesis | Lean community blog — Lean FROおよびMathlib Initiativeが支持するLean・Mathlibコミュニティの公式共同声明（2026年11月21日公開、命題と証明の双方を正式認証）
3. RH Lean proof: verification files — MITのAndrew Sutherland氏による独立検証ページ・詳細ログ（コンパイル、公理検査、独立カーネル検証状況）
4. Deicyde/riemann-hypothesis (GitHub) — 14分割アーカイブのミラーおよびMathlib単独インポートによる5つの独立チャレンジ定理リポジトリ
5. And the proof is checked in Lean – Xena Project — Kevin Buzzard氏らによるLean形式証明の検証4基準
6. Post by @lean-lang.org — Bluesky — Lean公式アカウントによる共同声明の発表投稿
7. The Riemann Hypothesis: a claimed proof, delivered in Lean — Lean 4形式証明の概要・検証解説
8. A preliminary note on Alpöge's proposed proof of the generalized Riemann hypothesis (PDF) — IHESの数学者Robin Zhang氏によるAlpöge氏のGRH証明構造・数学的起源の解説ノート（2026年11月21日公開）
9. Robin Zhang Papers - IHES — Robin Zhang氏の論文・解説ノート一覧ページ
10. Riemann Hypothesis - Clay Mathematics Institute — クレイ数学研究所によるリーマン予想公式問題ページ（2026年11月22日時点で引き続き「Unsolved」）
11. Rules for the Millennium Prize Problems - Clay Mathematics Institute — ミレニアム懸賞問題の公式規約（査読誌掲載・最低2年間の待機・国際的合意要件）
12. Hurried Announcement: Alessandro Masullo GRH – Math 216 — AMS会長Ravi Vakil氏によるMasullo氏の940ページ草稿『The Music of the Primes』緊急公開記事および公開8時間後の追記
13. What happens next for Alessandro Masullo's Riemann proof — Masullo氏草稿の改訂状況・Brian Conrad氏の見解・クレイ賞の先取権議論
14. Masullo's GRH draft: Stanford PhD, 'all human, no AI' — Alessandro Masullo氏の経歴と草稿公開の背景
15. Brian Conrad: Masullo's reviewer says draft needs revision — スタンフォード大Brian Conrad氏による査読・大幅改訂コメント
16. A human Riemann proof beside Claude's: why Masullo matters — Deninger戦略との関連と人間証明案の意義
17. Two Riemann proof claims in one day. What counts as first? — 同日公開されたAlpöge案とMasullo案のタイムライン・先取権比較
18. Masullo's Riemann Claim Draws AI-Assisted Objections | The Defiant — Masullo氏草稿に対してAIモデル支援で問題点が指摘された経緯の報道
19. Unforced Euler singularity, unforced Navier-Stokes singularity, and the Generalized Riemann Hypothesis — Terence Tao氏による同日3件の大型発表（オイラー、ナビエ–ストークス、GRH）の総括分析
20. The stochastic parrots have apparently proved the Riemann Hypothesis — Scott Aaronson氏によるAI数学・形式証明・P vs NP問題への影響論評

参考文献

21. How to human-verify enormous AI math output? — MathOverflowにおける巨大AI証明の人間による検証・解読ワークフロー議論
22. Simple and critical zeros of the Riemann zeta function — Terence Tao氏による臨界線上の単純零点割合の最新動向解説
23. Riemann hypothesis generalization names: extended versus generalized — MathOverflowにおけるGRH・ERHの用語区別に関する議論
24. Levent Alpöge claims proof of the Generalized Riemann Hypothesis (Hacker News) — Alpöge氏発表に関するHacker News主要議論スレッド
25. Hurried Announcement: Alessandro Masullo GRH (Hacker News) — Vakil/Masullo発表に関するHacker News主要議論スレッド
26. Linkpost: Anthropic's Alpoge (along with Claude) claims to have proved RH (LessWrong) — Lean検証・コミュニティ反応をまとめたLessWrongリンクポスト
27. The Riemann Hypothesis Has (Likely) Fallen? (Substack) — AI科学発見・アライメント観点からの分析と関連報道リンク集
28. Two groups verify mathematician's claim that Claude helped prove mathematics problem | The Guardian — The Guardianによる独立検証グループ通過・Masullo案・AI数学論争の総合報道
29. Using Anthropic AI, mathematician claims to have solved Riemann hypothesis | The Washington Post — The Washington Postによるテクノロジー面報道（Alpöge氏とMasullo氏の対比）
30. Anthropic worker claims to have solved a Holy Grail of math | The Washington Post — The Washington Postビジネス面報道（Alex Kontorovich氏のコメント・IPO背景）
31. AI claimed a solution to the 167-year-old Riemann hypothesis — and a human did, too — TechCrunchによるAlpöge案・Masullo案の同時報道
32. The race to prove the Riemann Hypothesis just became a human-versus-AI showdown — Business InsiderによるAI対人間の同日証明発表の報道
33. Transformation | Quanta Magazine — Quanta Magazineによる2026年AI数学大変革の継続レポート
34. AI Proved the Quasi-Riemann Hypothesis. What Happens Now? | Quanta Magazine — 2026年10月19日：OpenAIの準リーマン予想（7/8版および11/12版）証明の詳細解説
35. Has the Riemann hypothesis been solved? Anthropic mathematician Levent Alpöge claims Claude cracked math's most famous problem — Clarínによる全体報道
36. Anthropic mathematician Levent Alpöge posts a claimed proof of the Riemann hypothesis made with Claude | MLQ.ai — 発表経緯・タイムライン・検証状況の整理記事
37. MIT's Sutherland rechecked the Riemann Lean proof — Sutherland氏・Buzzard氏ら数学者の見解と独立検証結果
38. Can you check the Riemann Hypothesis proof yourself? Lean comparator & what to watch next — Lean comparator検証手順およびクレイ懸賞金規則・今後の見通し
39. Can a Lean proof be wrong? Checkers & Collatz kernel bug — 2026年7月のCollatzLeanバグ事件を踏まえた多重カーネル検証の意義
40. When will we know if the Riemann Hypothesis proof is verified? | Nacionale — 検証完了からクレイ賞認定までのタイムライン解説

参考文献

41. Alpöge calls Riemann claim timing 'horrible' — 上場翌日発表の経緯と数学者らの反応
42. No threat to encryption: what a Riemann proof would change — RSA暗号への影響がない理由とアルゴリズム論への恩恵
43. Has AI made progress on the Riemann Hypothesis before? | Nacionale — 2026年8月のClaude 67.2%・10月のOpenAI準RHから11月への流れ
44. Anthropic Mathematician Claims Riemann Proof With Claude — CellCogによる4ページ覚書・Leanファイル構成の解説
45. Levent Alpöge claims a Riemann hypothesis proof with Claude — Kingy AIによる技術解説
46. Has the Riemann Hypothesis been solved? The Claude claim — Convikaによる検証状況と暗号への影響解説
47. Riemann Hypothesis: Two Proofs in One Day, One Using AI — DataCampによる2つの証明案の比較解説
48. Riemann Hypothesis Solved? The Claude Proof Claim Explained — Fello AIによる解説記事
49. Anthropic Prices Initial Public Offering — Anthropic公式によるNASDAQ上場（ティッカー：ANT）公募価格発表
50. Anthropic IPO: Date, Price, S-1, Revenue, Ownership & More — AnthropicのNASDAQ上場（2026年11月19日）詳細データ
51. 167年解けなかった「リーマン予想」、生成AIが証明か…アンソロピックの数学者が発表 — 読売新聞オンライン報道
52. 167年未解決の数学最大の難問「リーマン予想」をAnthropic数学者がClaudeで証明か？ — ビジネス+ITによる日本語速報記事
53. Anthropicの数学者、Claudeとリーマン予想を証明したと発表 — 日本語ニュース解説記事
54. Anthropicの人がClaudeと数学界のラスボス「リーマン予想」の証明を発見したらしい｜Gizmodo Japan — 日本語テックメディア速報
55. AIを使わず約12年かけた一般化リーマン予想の証明案｜XenoSpectrum — Masullo氏の940ページ草稿『The Music of the Primes』緊急公開の日本語記事
56. 「リーマン予想の証明」の検証はどこまで進んだのか｜加藤文元 (note) — 数学者・加藤文元氏によるAndrew Sutherland氏の検証ログ・Robin/Lagarias不等式照合・形式証明と人間理解の差に関する詳細解説
57. リーマン予想の「証明」が同じ日に2本出てきたので整理する｜Zenn — Alpöge案（ディリクレL関数GRH）とMasullo案（数体のヘッケL関数GRH）の比較解説
58. AI記事：Claudeはリーマン予想を解いたのか？｜鈴麻呂 (note) — 8月・10月からの流れと「AIが発見し人間が理解する時代」の考察
59. 160年以上の難問「リーマン予想」をAIが解いた？｜kawara_works (note) — Lean・Mathlib共同声明まで反映した最新まとめ（2026年11月22日）
60. まだ半分だ。Claudeと見つけたとされる「リーマン予想の証明」を巡って｜hyperhouse (note) — 一次文書・共同声明を踏まえた考察記事（2026年11月22日）

参考文献

61. OpenAIが「準リーマン予想」の証明を発表 (note) — 2026年10月のOpenAI準リーマン予想（7/8）証明の日本語解説
62. The Riemann Hypothesis and the Human Frontline in 2026 — 2026年時点の人間によるリーマン予想研究の最前線まとめ
63. How Far Have AIs Solved Difficult Mathematical Problems? 2026 — 2026年のAI数学研究の進展と数学界の議論まとめ
64. Riemann hypothesis - Wikipedia — リーマン予想の定義、同値命題、歴史、最新動向
65. Generalized Riemann hypothesis - Wikipedia — 一般化リーマン予想・拡張リーマン予想・大リーマン予想の体系整理
66. Levent Alpöge - Wikipedia — Levent Alpöge氏の経歴および2026年11月20日発表の記録
67. Millennium Prize Problems - Wikipedia — ミレニアム懸賞問題の2026年秋時点ステータス（ナビエ–ストークス、ヤン–ミルズ、リーマン予想）
68. The Riemann Hypothesis Explained: Primes, Zeta and Cryptography — 素数分布、数値検証、暗号理論との関係解説
69. The Riemann Hypothesis: A 2026 Status Report | MathLumen — 2026年時点のリーマン予想研究ステータス総説
70. Riemann hypothesis | Quanta Magazine — Quanta Magazineのリーマン予想関連記事アーカイブ
71. The Riemann Hypothesis: Past, Present and a Letter Through Time (ResearchGate) — Alain Connes氏による2026年2月の長大な総説論文
72. The Riemann Hypothesis: Past, Present and a Letter Through Time (arXiv:2602.04022v1 HTML) — 同論文のarXiv HTML版
73. The Riemann Hypothesis: Past, Present and a Letter Through Time (arXiv:2602.04022 PDF) — 同論文のarXiv PDF版
74. Literature Review: The Riemann Hypothesis: Past, Present and a Letter Through Time — Connes総説論文の解説レビュー
75. New large value estimates for Dirichlet polynomials (Annals of Mathematics, 2026) — Larry Guth & James Maynardによる零点密度評価の85年ぶりの突破（Annals of Mathematics Vol. 203, 2026年正式出版）
76. New large value estimates for Dirichlet polynomials (arXiv:2405.20552) — 同論文のarXivプレプリント版
77. A decades-long breakthrough in zero-density estimates and primes (arXiv:2607.04632 PDF) — 2026年7月公開：Guth–Maynardを含む零点密度評価の歴史と進展サーベイ
78. Zero-density theorems for some L-functions — Guth–Maynard以降の零点密度定理と短区間素数定理の解説
79. The Riemann hypothesis is true up to 3·10^12 (Platt & Trudgian, 2021) — 最初の12兆3,631億5,343万7,138個の非自明零点の厳密数値検証論文
80. Explicit zero-free regions for the Riemann zeta-function — Mossinghoff–Trudgian–Yangによる明示的零点不在領域

参考文献

81. The de Bruijn-Newman constant - Research Arena (MathBB) — ド・ブラン–ニューマン定数の下限・上限研究まとめ
82. Cyclotomic polynomials with prescribed height and prime number theory — リンデレーフ予想など解析数論的帰結
83. On random matrices and L-functions (Paul Bourgade PhD Thesis) — ランダム行列理論とL関数・臨界線上零点割合の解説
84. The Riemann Hypothesis for Function Fields over a Finite Field (arXiv:0806.0044) — 有限体上の関数体に対するリーマン予想（ヴェイユの定理）解説
85. The Riemann Hypothesis for Function Fields over a Finite Field (arXiv:0806.0044v2 HTML) — 同論文のHTML版
86. The Bombieri-Stepanov approach to the Riemann hypothesis for curves over finite fields — ボンビエリ–ステパノフ法の解説資料
87. A Ramanujan–Prime Spectral Framework for GUE Statistics and the Hilbert-Polya Program — GUE統計とヒルベルト–ポリア予想の概観
88. The Riemann Hypothesis: Proof, Spectra, and the Mathematical Overview (PDF) — ベリー–キーティング予想などスペクトルアプローチの概説
89. Learning more about Claude's mathematical capabilities (Anthropic Research) — 2026年8月10日発表：Claudeによる臨界線上零点割合の41.6%→67.2%更新
90. More Than Two Thirds of the Zeros of the Riemann Zeta Function Lie on the Critical Line (PDF) — 2026年8月10日公開のClaudeによる67.2%達成論文PDF
91. How the two-thirds argument was found: two agent runs and their transcripts (PDF) — 8月のClaudeサブエージェント60体による発見プロセスの詳細記録
92. arXiv:2610.12234 — OpenAIの準リーマン予想手法のパラメータ最適化（0.874957…）およびLean 4形式化
93. Primes between 8th powers? (arXiv:2610.20058v1) — 2026年10月14日公開：OpenAI主張の7/8準リーマン予想から従う素数分布帰結の解析
94. Claude on the significance of OpenAI's mathematical manuscripts — OpenAI数学原稿群の意義に関する分析
95. AI achieves silver-medal standard solving International Mathematical Olympiad problems — Google DeepMind公式：AlphaProof & AlphaGeometry 2によるIMO 2024銀メダル水準達成
96. AlphaProof 2024: AI at IMO Silver Level — AlphaProof 2024の経緯まとめ
97. Advanced version of Gemini with Deep Think officially achieves gold-medal standard at IMO 2025 — Google DeepMind公式：Gemini Deep ThinkによるIMO 2025金メダル達成
98. AI in Math (Tracker) — AlphaEvolve、エルデシュ問題、自動形式化などAI数学年表トラッカー
99. AI and maths: Olympiad gold, Erdős problems — IMO 2026満点飽和・FrontierMath動向まとめ
100. The Age of Super Intelligence — Stephen David Thomas — AIの形式検証・ソフトウェア応用に関する考察
101. Navier–Stokes priority controversy - Wikipedia — 2026年9月のナビエ–ストークス先取権紛争まとめ
102. Fields Medalists vs OpenAI: The Math AI Declaration (2026) — 2026年9月11日：25名のフィールズ賞受賞者による共同声明解説
103. Leiden Declaration on Artificial Intelligence and Mathematics — 2026年6月2日：ライデン宣言公式サイト